



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- 1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $2^n$  على 5 .
- 2) عيّن العدد الطبيعي  $a$  بحيث يكون:  $2018 = 4a + 2$  .
- 3) بيّن أنّ العدد:  $2^{2018} + 2017^8 - 5$  يقبل القسمة على 5.
- 4) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $12^n \equiv 2^n [5]$  و  $(-3)^n \equiv 2^n [5]$  .  
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$  .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- 1)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $u_n = n^2 - 1$   
المتتالية  $(u_n)$  : أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة
- 2)  $(v_n)$  متتالية هندسية حدها الأول  $v_1 = 3$  و أساسها  $q = 2$   
عبارة الحد العام للمتتالية  $(v_n)$  هي:  
أ)  $v_n = 3 \times 2^n$  ب)  $v_n = 3 \times 2^{n-1}$  ج)  $v_n = 2 \times 3^n$   
المجموع  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  يساوي:  
أ)  $3(2^n - 1)$  ب)  $(2^n - 1)$  ج)  $2(3^n - 1)$
- 3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.  
احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:  
أ)  $\frac{1}{3}$  ب)  $\frac{3}{10}$  ج)  $\frac{7}{10}$



احتمال الحصول على كرتية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

(ج)  $\frac{1}{10}$

(ب)  $\frac{3}{10}$

(أ)  $\frac{9}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^3 - 3x^2$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ .

(2) أ) احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

(4) اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) أ) تحقّق من أنّ النقطة  $O$  (مبدأ المعلم) والنقطة  $A$  ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(6) حلّ في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراحة:  $f(x) > 0$ .

(7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) + 4 = (x + 1)(x - 2)^2$  ، ثم حلّ المعادلة  $f(x) = -4$ .

انتهى الموضوع الأول



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان غير معدومين حيث  $a = 4b + 6$  .
- 1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 4 .
  - 2) بيّن أنّ  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 3 .
  - 3) نضع  $b = 489$  .
- أ) تحقّق أنّ  $a \equiv -1[13]$  .
- ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^{2018} + 40^{2968}$  على 13 .
- ج) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $a^{2n} + n + 3$  قابلا للقسمة على 13 .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

- $(u_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول  $u_0$  و أساسها  $q$  حيث:
- $$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$
- 1) بيّن أنّ  $u_1 = 24$  ، ثم استنتج قيمة  $u_0$  .
  - 2) بيّن أنّ  $q = 4$  ، ثم اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .
  - 3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$  ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .
  - 4) احسب  $4^4$  ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  و عيّن رتبته .
  - 5) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.

- $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- I. عيّن العدد الحقيقي  $a$  بحيث يشمل المنحنى  $(C_f)$  النقطة  $O$  مبدأ المعلم.



II. نضع  $a = 3$  .

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  :  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

(2) أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربتين للمنحنى  $(C_f)$  .

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن  $-1$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

(4)  $b$  عدد حقيقي،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = 3x + b$  .

عين العدد  $b$  حتى يكون المستقيم  $(\Delta)$  مماساً للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -2$

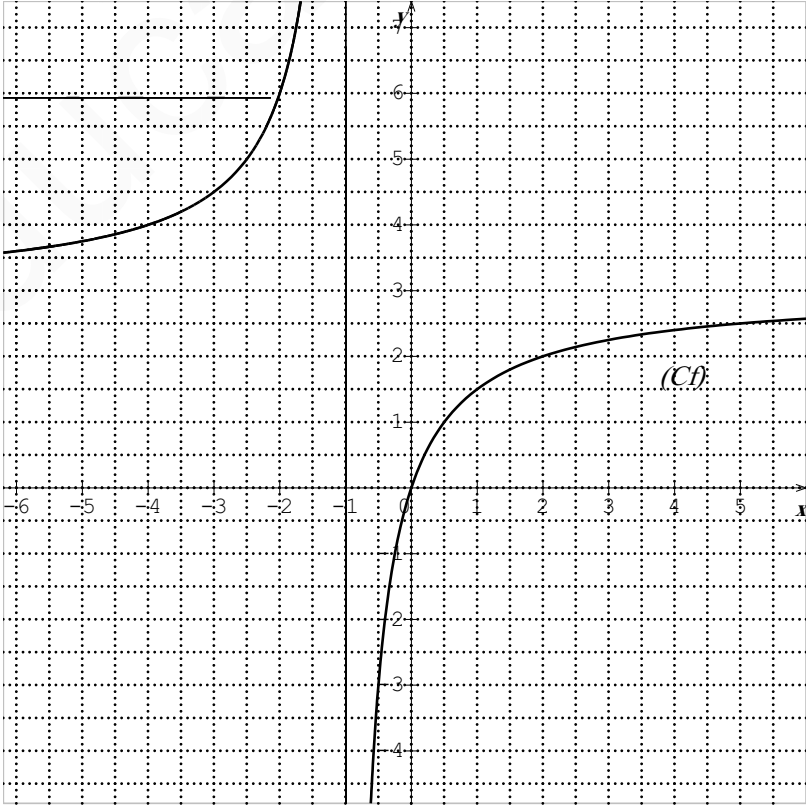
(5) ارسم المنحنى  $(C_f)$  .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
01	4×0.25	<p><b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b></p> <p>1. بواقى قسمة <math>2^n</math> على 5</p>
0.5	0.5	2. العدد الطبيعي $a = 504$
01.50	3×0.5	3. $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5 [5]$ ومنه $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5
01	2×0.25	4. أ. التحقق $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$
	0.5	ب. قيم العدد الطبيعي حيث $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$ هي $n = 4k + 1$ $k \in \mathbb{N}$
01.5	0.75x2	<p><b>التمرين الثاني: (07 نقاط):</b></p> <p>الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التبرير:</p> <p>1- <math>(u_n)</math> متتالية عددية معرفة على <math>\mathbb{N}</math> ب: <math>u_n = n^2 - 1</math> ،  <math>(u_n)</math> المتتالية <math>(u_n)</math>: متزايدة تماما</p>
		2. $(v_n)$ متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$ $v_n$ هي: $3 \times 2^{n-1}$
02.5	0.75x2	*المجموع $v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي: $3(2^n - 1)$
	2x0.5	
03	2x0.75	3- صندوق به 10 كرات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20 ، نسحب عشوائيا كرة واحدة *احتمال الحصول على كرة تحمل عددا مضاعف لـ 3 هو: ب- $\frac{3}{10}$
	2x0.75	*احتمال الحصول على كرة تحمل عددا فرديا ومضاعف لـ 3 هو: ج- $\frac{1}{10}$
01	0.5x2	<p><b>التمرين الثالث: (09 نقاط).</b></p> <p>1- <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math> ; <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty</math></p>
3.25	0.75 01	أ. $f'(x) = 3x^2 - 6x$ دراسة الإشارة
	0.75 0.75	ب. اتجاه تغير الدالة جدول تغيراتها
0.5	0.5	3 - نقطة الانعطاف $w(1; -2)$

0.75	0.75	4-معادلة المماس $y = -3x + 1$
02	$0.5 \times 2$ 1	أ - 5 $f(3) = 0, f(0) = 0$ ب. الإنشاء
0.5	0.5	6- حلول المتراجحة : $]3; +\infty[$
01	0.5 0.5	$f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2 - 7$ حلول المعادلة هي -1 و 2

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1	1	التمرين الأول: (06 نقاط) (1) $a = 4q + 2$ حيث $q = b + 1$ ومنه باقي قسمة $a$ على 4 هو 2 .
0.5	0.5	(2) $a - b = 3k$ حيث $k = b + 2$ ومنه $a - b$ مضاعف للعدد 3 .
4.5	0.5×3 1 1 0.5 0.5	(3) أ) $a = 1962$ و $a + 1 \equiv 0[13]$ ومنه $a \equiv -1[13]$ . ب) $a^{2018} \equiv 1[13]$ $40^{2968} \equiv 1[13]$ ومنه $a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2[13]$ ج) $a^{2^n} + n + 3 \equiv 0[13]$ حيث $a^{2^n} \equiv 1[13]$ ومنه $n \equiv 9[13]$ و عليه $n = 13k' + 9$ حيث $k'$ عدد طبيعي.
1.5	01 0.50	التمرين الثاني: (06 نقاط) (1) $u_1^2 = u_0 \times u_2 = 576$ ومنه $u_1 = 24$ . $u_0 + u_1 = 30$ ومنه $u_0 = 6$ .
2	0.5 1 0.5	(2) $u_1 = u_0 \times q$ و منه $q = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = 6 \times 4^n$ .
0.5	0.5	(3) $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، نستنتج أن $(u_n)$ متزايدة تماما.
1.5	0.5×3	(4) $4^4 = 256$ ، $u_n = 1536$ ومنه $n = 4$ إذن 1536 حد من حدود $(u_n)$ رتبته 5 .
0.5	0.5	(5) $s_n = 8(4^n - 1)$
01	01	التمرين الثالث: (08 نقاط) أ. $a = 3$
01	01	ب. $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ (1)

01  01	<p>(2) أ) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty</math></p> <p>ب) <math>x = -1</math> و <math>y = 3</math> معادلتا مستقيمين مقاربين .</p>												
02  0.5  0.5  02	<p>(3) أ) <math>f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}</math></p> <p>ب) <math>f</math> متزايدة تماما على كل من المجالين <math>]-\infty; -1[</math> و <math>]-1; +\infty[</math> .</p> <p>جدول التغيرات :</p> <table border="1" data-bbox="421 622 1126 891"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math> → 3</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$ → 3
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$										
$f'(x)$	+		+										
$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$ → 3										
01	<p>(4) <math>b = 2f'(-2) + f(-2) = 12</math></p>												
01  01  01	<p>(5) الرسم:</p> 												

ملاحظة : تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى