



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

$a = 2019$ و $b = 2969$ عدنان طبيعيان حيث:

- (1) أ) عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 7.
- ب) استنتج أن العددين a و $3b$ متوافقان بترديد 7.
- (2) بيّن أن: $9a + b \equiv 0[7]$
- (3) تحقق أن: $2a \equiv -1[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7.
- (4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* ب: $u_n = \frac{2}{5}n - 1$

- (1) بيّن أن المتتالية (u_n) حسابية أساسها $\frac{2}{5}$ يطلب حساب حدها الأول u_1 .
- (2) عيّن رتبة الحد الذي قيمته 575.
- (3) احسب قيمة المجموع S حيث: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1440}$.
- (4) (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N}^* كما يلي: $v_n = 4^{5u_n + 6}$.
- أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1 .
- ب) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

(I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ ب: $f(x) = a - \frac{1}{x+2}$ ، حيث a عدد حقيقي.

- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O; \vec{i}, \vec{j}).
- عيّن قيمة a حتى يقطع المنحنى (C_f) حامل محور الترتيب في النقطة ذات الترتيبة $\frac{1}{2}$.
- (II) نضع $a=1$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ، ثم $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) فسّر النتائج المحصل عليها بيانياً.

(2) أ) بيّن أن الدالة f متزايدة تماماً على كل من المجالين $]-\infty; -2[$ و $]-2; +\infty[$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) عيّن إحداثيي A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بيّن أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f).

(4) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(5) احسب $f(-1)$ ثم ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (Δ) ثم المنحنى (C_f).

(6) حل بيانياً المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $1 \leq \frac{1}{x+2}$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b العددان الطبيعيان حيث $a = 2019$ ، $b = 1441$

- (1) تحقق أن : $a \equiv 13[17]$.
- (2) بين أن : a و b متوافقان بترديد 17، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17.
- (3) بين أن $[17] a \times b \equiv -1$ ثم استنتج أن $[17] 3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0$.
- (4) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17.
- (5) بين أن : $[17] 2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0$.
- (6) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $[17] n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية التي حدها الأول u_0 و أساسها r .

- (1) علما أن : $u_0 + u_1 + u_2 = 6$ ، عين u_1 .
- (2) علما أن : $2u_0 - 3u_1 = -10$ ، عين الحد الأول u_0 ، ثم استنتج قيمة r أساس المتتالية (u_n)
- (3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- (4) أ) عين قيمة n حتى يكون $u_n = 2018$.
ب) أحسب الحد الخامس عشر للمتتالية (u_n) .
- (5) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
- (6) عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $S_n = 96$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
- (2) أ) أحسب $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها على \mathbb{R} . (f' ترمز إلى الدالة المشتقة الأولى للدالة f)
ب) احسب $f(0)$ و $f(-1)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .



(3) أ) تحقق أنه: من أجل كل x من \mathbb{R} $f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$.

ب) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس

المنحنى (C_f) عند النقطة A .

(5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(6) حل بيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 0$

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (06 نقاط)		
02.5	2×0.75	(1) أ- تعيين باقي قسمة a و b على 7:
	2×0.5	$b \equiv 1[7]$ ، $a \equiv 3[7]$ ب- $a - 3b \equiv 0[7]$ ومنه: $a \equiv 3b[7]$
01	+0.5 0.5	(2) تبيان أن $9a + b \equiv 0[7]$
1.5	0.5 1	(3) - التحقق أن $2a \equiv -1[7]$ استنتاج باقي قسمة $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7. الباقي هو 6.
01	+0.25 0.5	(4) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $b^n + a.n + 2 \equiv 0[7]$ $3n + 3 \equiv 0[7]$ ومنه: $n \equiv -1[7]$
	0.25	وبالتالي: $\begin{cases} n = 7k + 6 ; k \in \mathbb{N} \\ \text{و} \\ n = 7k - 1 ; k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
03	1+1	(1) تبيان أن المتتالية (u_n) حسابية أساسها $r = \frac{2}{5}$ (تقبل أي طريقة صحيحة)
	+0.5 0.5	حدها الأول: $u_1 = \frac{-3}{5}$
1.25	2×0.5	(2) تعيين رتبة الحد الذي قيمته 575.
	0.25	$\frac{2}{5}n - 1 = 575$ ومنه: $n = 1440$ وبالتالي الرتبة هي 1440
0.5	×0.25 2	(3) حساب المجموع S : $S = \frac{1440}{2}(u_1 + u_{1440})$ ، $S = 413568$
01.25	0.25	(4) أ- $v_n = 4^{5u_n+6}$ هندسية
	2×0.25	الاساس 16 والحد الأول 64
	×0.25 2	ب- حساب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{64}{15}(16^n - 1)$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
0.5	2×0.25	أ. $f(0) = \frac{1}{2}$ ومنه: $a = 1$
02.5	0.5×4	ب. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
	2×0.25	ب- للمنحنى م.م. مواز لـ (xx') معادلته $x = -2$ و م.م. مواز لـ (yy') معادلته $y = 1$
1.5	2×0.5	أ (2) $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ ، $f'(x) > 0$
	0.5	ب- جدول التغيرات.
0.5	0.25	أ (3) إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين: $A(-2;1)$
	0.25	- تبيان أن A مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
0.5	0.5	أ (4) معادلة المماس: $(\Delta): y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
02	0.5	أ (5) $f(-1) = 0$
	2×0.5	- رسم المقاربين والمماس (T)
	0.5	- رسم المنحنى (C_f)
0.5	0.5	أ (6) $1 \leq \frac{1}{x+2}$ معناه $f(x) \leq 0$ ، $S =]-2; -1]$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول : (06 نقاط)		
01	01	(1) التحقق أن : $a \equiv 13[17]$
01.5	01 0.5	(2) بيان أن : a و b متوافقان بترديد 17 $b \equiv 13[17]$
01.5	0.75 0.75	(3) $a \times b \equiv 169[17]$ و $a \times b \equiv -1[17]$ ومنه $169 \equiv 16[17]$ ومنه $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$ $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$ ومنه $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$
01	0.5×2	(4) دور بواقي القسمة هو 4 والبواقي هي : 1 ; 13 ; 16 و 4
0.5	0.25 0.25	(5) $13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$ ومنه $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$
0.5	0.25 0.25	(6) $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$ يكافئ $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$ ومنه $n = 17k / k \in \mathbb{N}$
التمرين الثاني : (06 نقاط)		
01	01	(1) $u_1 = 2$
02	2×1	(2) $r = 4$ ، $u_0 = -2$
01	01	(3) $u_n = 4n - 2$
01	2×0.5	(4) (أ) $n = 505$ (ب) $u_{14} = 54$
0.5	0.5	(5) $.S_n = 2n^2 - 2$
0.5	0.5	(6) $2n^2 - 2 = 96$ يعني $n^2 - 49 = 0$ يعني $n = 7$
التمرين الثالث : (08 نقاط)		
2	1×2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
03.5	01.5 0.5 3×0.5	(2) (أ) $f'(x) = 6x^2 + 6x$ اشارة $f'(x)$ (ب) حساب القيمتين وتشكيل جدول التغيرات
01	2×0.5	(3) (أ) التحقق (ب) تعيين نقطة التقاطع مع حامل محور الفواصل
0.5	×0.25 2	(4) - نقطة الإنعطاف - معادلة المماس
0.75	×0.25 3	(5) انشاء المماس والمنحني (C_f)
0.25	0.25	(6) حل المتراحة