

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9
- (2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$
- (3) استنتج أن: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$
- (4) أ) تحقّق أن: $2^3 \equiv -1[9]$
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كلّ حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التعليل:

- (1) (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 وحدّها $u_2 = 1$. الحد العام للمتتالية (u_n) هو :
أ) $u_n = 1 + 3n$ ب) $u_n = 7 + 3n$ ج) $u_n = -5 + 3n$
- (2) n عدد طبيعي . المجموع $1 + 2 + 3 + \dots + n$ يساوي :
أ) $\frac{n^2 + n}{2}$ ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ ج) $\frac{n^2 + 1}{2}$
- (3) x عدد حقيقي. تكون الأعداد $x-2$ ، x ، $x+1$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان: أ) $x=3$ ب) $x=5$ ج) $x=-2$
- (4) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ ، حدّها العام $v_n = 2 \times 3^{n+1}$. أساس المتتالية (v_n) هو:
أ) 2 ب) 3 ج) 6

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عيّن العدد الحقيقي α بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = \alpha - \frac{3}{x+2}$

(2) عيّن النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعدادًا صحيحة.

(3) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.

(4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

(f' الدالة المشتقة للدالة f)

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.

(6) أ) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة -1

ب) بيّن أنه يوجد مماس آخر (Δ') للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) .

(7) ارسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ؛ $v_{n+1} = 5v_n + 4$

(1) احسب: v_1 ، v_2 و v_3

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n = v_n + 1$

أ- بين أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ وحدها الأول $u_0 = 2$

ب- اكتب u_n بدلالة n واستنتج v_n بدلالة n

ج- حلّ العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية واستنتج أنه حد من حدود المتتالية (u_n)

(3) أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

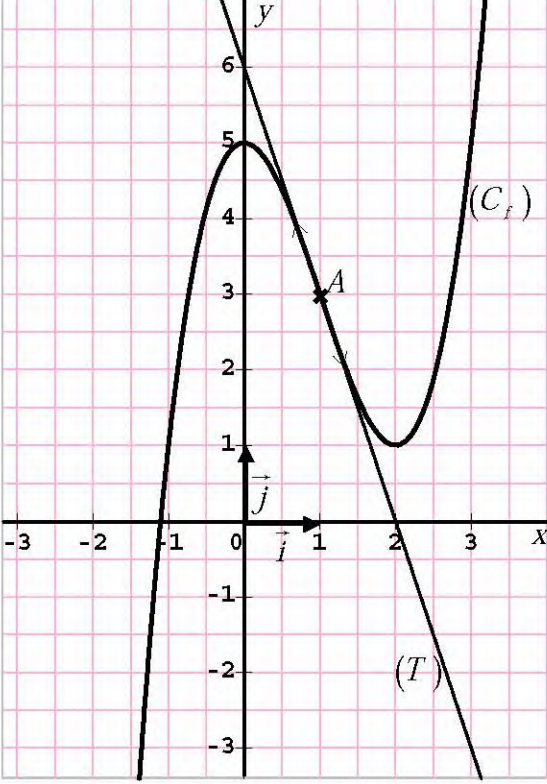
التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

الاقتراح (ج)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (أ)	
2	5	8	1 عدد قواسم العدد 1435 هو:
6	7	-1	2 إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:
3	4	2	3 العددان 1435 و 2014 متوافقان بترديد:
$x^9 + y^9 \equiv 4[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 2[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 3[5]$	4 إذا كان $x \equiv 2[5]$ و $y \equiv 2[5]$ فإن:
$9 \equiv 7[3]$	$9 \equiv 7[2]$	$9 \equiv 7[6]$	5 لدينا $27 \equiv 21[6]$ إذن:

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;3)$ كما في الشكل:

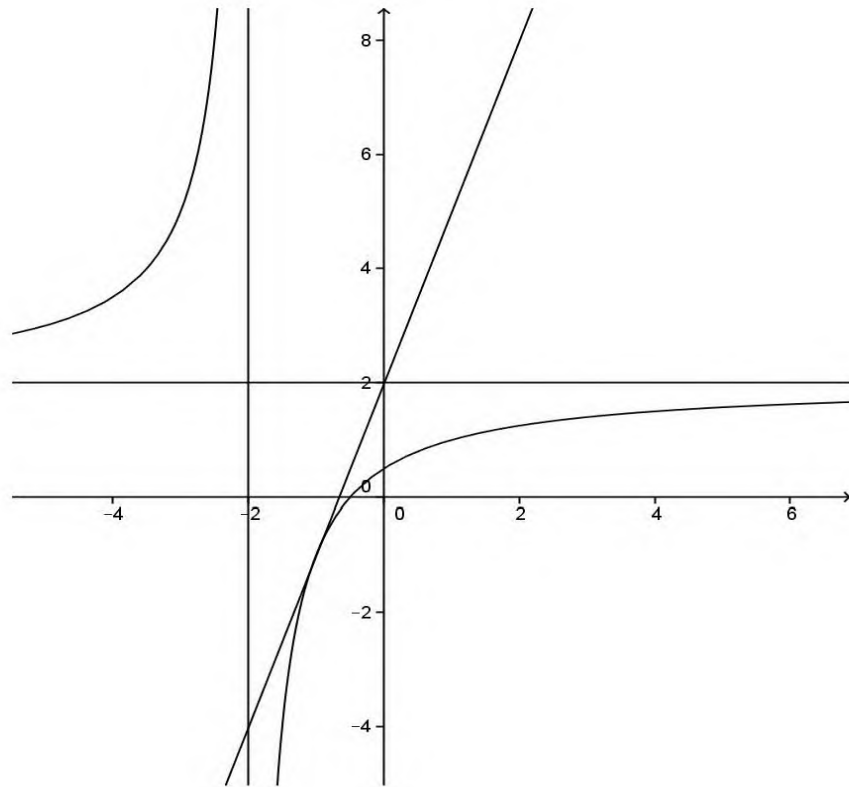


- (I) براءة بيانية:
 - (1) خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$
 - (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.
 - (3) أ) اكتب معادلة للمماس (T)
 ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T)
 ثم استنتج أن A هي نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)
 - (4) عيّن حلول المتراجحة: $f(x) > 5$
- (II) إذا علمت أن f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + b$$
 حيث: a و b عدنان حقيقيان.
 - (1) عيّن العددين a و b
 - (2) تحقق من صحة إجاباتك السابقة حول:
 - أ) اتجاه تغير الدالة f
 - ب) معادلة المماس (T)
 - ج) نقطة الانعطاف A
 - د) حلول المتراجحة: $f(x) > 5$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
05		الموضوع الأول
		التمرين الأول: (05 نقاط)
	1	(1) باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو 1
	2×0.5	(2) $10 \equiv 1[9]$ ومنه $10^k \equiv 1[9]$
	2×0.5	(3) $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 4 + 3 + 2 + 1[9] \equiv 1[9]$
06	1	(4) أ) $2^3 \equiv -1[9]$ لأن: $2^3 + 1 = 9 \equiv 0[9]$
	1	ب) تعيين قيم n : $n = 9k$ حيث $k \in \mathbb{N}$
		التمرين الثاني: (06 نقاط)
	0.5	1. الجواب الصحيح : ج) $u_n = -5 + 3n$
	1	التعليل : $u_n = u_2 + (n-2)r$ أو 2 تحقق : $u_n = -5 + 3n$
09	0.5	2. الجواب الصحيح : أ) $\frac{n^2 + n}{2}$
	1	التعليل : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$
	0.5	3. الجواب الصحيح : ج) $x = -2$
	1	التعليل : $x^2 = (x+1)(x-2)$ تكافئ $x = -2$
	0.5	4. الجواب الصحيح : ب) 3
09	1	التعليل : $v_{n+1} = 3v_n$
		التمرين الثالث: (09 نقاط)
	0.5	(1) $\alpha = 2$
	4×0.25	(2) $x + 2$ يقسم 3 وقواسم 3 في $\mathbb{Z}$ هي: $\{-3; -1; 1; 3\}$ ومنه $\{-5; -3; -1; 1\}$ وبالتالي: $B_4(1,1), B_3(-1,-1), B_2(-3,5), B_1(-5,3)$
	2×0.5	(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$
	2×0.5	$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$
09	2×0.25	التفسير الهندسي: $x = -2$ و $y = 2$ معادلنا مستقيمين مقاربين

1	 $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ (أ) (4)
0.5	 (ب) جدول التغيرات :
2×0.25	 (5) إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محوري الإحداثيات $N\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ و $M\left(0, \frac{1}{2}\right)$
1	 (6). (أ) معادلة المماس $\Delta : y = 3x + 2$
0.5	 (ب) $f'(x) = 3$ تكافئ $x = -1$ أو $x = -3$
1+0.5	 (7) رسم Δ والمنحني C_f



العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
06		الموضوع الثاني
		التمرين الأول: (06 نقاط)
	0.75	(1) $v_3 = 249$ ، $v_2 = 49$ ، $v_1 = 9$
	1	(2) أ) $u_0 = 2$ ، $q = 5$ ، $u_{n+1} = 5u_n$
	2×0.5	ب) $v_n = 2 \times 5^n - 1$ ، $u_n = 2 \times 5^n$
	0.75	ج) $1250 = 2 \times 5^4$
	0.75	$2 \times 5^n = 2 \times 5^4$ ومنه $n = 4$ أي: $u_4 = 1250$
06	1	(3) أ) $S_n = \frac{1}{2}(5^n - 1)$
	0.75	ب) $S'_n = \frac{1}{2}(5^n - 1) - n$
		التمرين الثاني: (06 نقاط)
	1+0.5	(1) الإجابة أ التبرير: $1435 = 5 \times 7 \times 41$ ومنه عدد القواسم $8 = 2 \times 2 \times 2$ أو إيجاد مجموعة القواسم وعدّها
	0.5+0.5	(2) الإجابة ب التبرير: $a \equiv -1[8]$ ومنه $a \equiv 7[8]$
08	0.5+0.5	(3) الإجابة ج التبرير: $2014 - 1435 = 3 \times 193$
	1+0.5	(4) الإجابة ج التبرير: $x^9 = 2[5]$ و $y^9 = 2[5]$ ومنه $x^9 + y^9 \equiv 4[5]$
	0.5+0.5	(5) الإجابة ب التبرير: $9 \times 3 \equiv 7 \times 3[2 \times 3]$ ومنه $9 \equiv 7[2]$
08		التمرين الثالث: (08 نقاط)
	0.5+0.5	1. أ) التخمين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
		(2) اتجاه التغير: f متزايدة تماماً على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماماً على $[0; 2]$
	0.75	جدول التغيرات:
	0.5	(3) أ) معادلة (T) : $y = -3x + 6$ ، معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامل التوجيه -3
	0.75	ب) دراسة الوضعية: (C_f) أسفل (T) على المجال $]-\infty; 1]$ ، (C_f) أعلى (T) على المجال $]1; +\infty[$ و (C_f) يقطع (T) في A
	0.50	نقطة الانعطاف: (T) يخترق (C_f) في A ومنه A نقطة الانعطاف
	0.25	(4) مجموعة حلول المتراجحة هي $]3; +\infty[$
	0.5	

0.5+0.5	 $b=5$ ، $a=-3$ (1. II
	(2 أ) $f'(x) = 3x^2 - 6x$ وإشارته $\xrightarrow{-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad 2 \quad + \quad +\infty}$
1	f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0; 2]$
0.5	(ب) معادلة (T) : $y = f'(1)(x-1) + 3$ أي: $y = -3x + 6$
0.75 {	(ج) $f'(x) = 6x - 6$ وإشارته $\xrightarrow{-\infty \quad - \quad 1 \quad + \quad +\infty}$
	ومنه $A(1; 3)$ نقطة انعطاف.....
0.5	(د) $f(x) > 5$ تكافئ $x^2(x-3) > 0$ ومنه $x > 3$ أي: $S =]3; +\infty[$