

موضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات	امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
دورة: جوان 2011	الشعب(ة): آداب وفلسفة ، لغات أجنبية
المدة: ساعتان ونصف	اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$
- بين أن العددين a و b متوافقان بتربيد 5.
 - أ) بين أن: $2124 \equiv -1[5]$.
 - ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.
 - ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.
 - د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- أ) (u_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول u_0 بحيث: $u_0 + u_3 = 28$
- احسب u_0 ، ثم اكتب الحد العام u_n بدلالة n .
 - احسب المجموع: $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$.
- ب) (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بحدها العام: $v_n = 1 - 5n$
- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثم استنتج اتجاه تغيرها.
 - احسب المجموع: $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$.
- ج) نعتبر المتتالية (k_n) المعرفة على \mathbb{N} بحدها العام: $k_n = 1 + 3^n - 5n$
- تحقق أن: $k_n = u_n + v_n$ ثم احسب المجموع: $S = k_0 + k_1 + \dots + k_9$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.
5. اكتب معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .
6. أنشئ (Δ) و (C).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسمة

الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) تحقق أنّ $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

48^{2010} و 48^{2011} على 7 .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

أ) في الشكل المقابل، \mathcal{C}_g هو التمثيل البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة g المعرفة

على \mathbb{R} بالعلاقة : $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة g على \mathbb{R} .

2. عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

ب) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

\mathcal{C}_f التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. بيّن أنّ: $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} .

2. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

3. احسب $f(-1)$ ، $f(3)$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4. بيّن أنه يوجد مماسّان للمنحنى \mathcal{C}_f معامل توجيه كل منهما يساوي 5 .

5. حلّ في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = g(x)$ ثم استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنيين \mathcal{C}_f و \mathcal{C}_g .

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على \mathbb{N} بحديهما العام: $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$ عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

	اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3
1	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
2	-90	-92	-88
3	$n^2 + 1$	$-n^2 - n$	$-n^2 - 1$
4	$\frac{1}{9}$	9	-9
5	متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة

(ملحقاً 80):

بند 1: رتيبة حسابية

بند 2: حسابية

بند 3: حسابية

بند 4: حسابية

بند 5: حسابية

بند 6: حسابية

بند 7: حسابية

بند 8: حسابية

بند 9: حسابية

بند 10: حسابية

بند 11: حسابية

بند 12: حسابية

بند 13: حسابية

بند 14: حسابية

HanifiMaths

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية وسلم التقيظ لموضوع امتحان/ مسابقة: الكالوريا
 اختيار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك (*): آداب وفلسفة + لغات أجنبية
 دورة: جوان 2011 المدة: 02 سا و 30د

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (6 نقاط)		
	2×0.5	(1) $b - a = 1505$ و $0[5] = 1505$ ومنه a و b متوافقان بنترديد 5
	2×0.5	(2) أ) $0[5] = 2124 + 1$ ومنه $0[5] = -1$ 2124
6	2×0.5	ب) $0[5] = 2124^{720} = 1$ إذن الباقي المطلوب هو: 1
	2×0.5	$0[5] = -1$ 619^{721} أو $0[5] = 4$ 619^{721} ومنه الباقي هو: 4
	2×0.5	ج) $0[5] = (-1)^{2n} = 1$ أي: $0[5] = 2124^{2n} = 1$ لأن $2n$ زوجي
	2×0.5	د) $0[5] = 2124^{4n} + 619^{4n+1} + n = 0$ معناه $0[5] = 1 + 4 + n = 0$ أي: $n = 0[5]$
	2×0.5	ومنه: $n = 5k$ حيث: $k \in \mathbb{N}$
التمرين الثاني: (6 نقاط)		
	4×0.25	(1) أ) $u_3 = u_0 q^3$ أي $u_3 = 27u_0$ ومنه: $28u_0 = 28$ إذن $u_0 = 1$
	2×0.25	عبارة الحد العام $u_n = u_0 q^n$ و منه $u_n = 3^n$
	0.5+0.5	2. $S_1 = \frac{1-q^{10}}{1-q}$ و منه $S_1 = \frac{3^{10}-1}{2} = 29524$
6	0.25+0.5	ب) 1. (V_n) متتالية حسابية لأن: $V_{n+1} - V_n = -5$ ، أساسها -5
	0.5	الاستنتاج : متناقصة تماما لأن الأساس سالب .
	2×0.5	2. $S_2 = \frac{10}{2}(V_0 + V_9)$ و منه $S_2 = -215$
	2×0.5	ج) $K_n = u_n + v_n$ و منه $S = S_1 + S_2$
	0.25	عندئذ $S = -215 + \frac{1}{2}(3^{10} - 1) = 29309$

76

صفحة 1 من 4

التمرين الثالث : (8 نقاط)

1. النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ 0.5 +0.5

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ 0.5 +0.5

الاستنتاج : $x = 2$ و $y = 1$ معادلنا المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) 2×0.25

2. المشتقة : $f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$ الإشارة $f'(x) < 0$ 0.5+1

3.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1		$+\infty$

4. التقاطع مع المحاور : $A(0,-1)$ و $B(-2,0)$ 2×0.5

5. معادلة المماس (Δ): $y = f'(4)(x-4) + f(4)$ أي $y = -x + 7$ 2×0.5

6. إنشاء (Δ) و (C) 1+0.5

8

0.5

العلامة		عناصر الإجابة															
مجموع	مجزأة																
		54.															
		الموضوع الثاني															
		التمرين الأول: (06 نقط)															
	1 5 [7] $ab \equiv 5$ الباقي هو: (1)															
	3×0.5 0 [7] $a^2 - b^2 \equiv 0$ الباقي هو: $a^2 \equiv 2$ [7] $b^2 \equiv 2$ [7]															
	1.5 $c^{2^n} \equiv 1$ [7] وبالتالي: $c^{2^{20}} \equiv (-1)^{2^{20}} [7]$ ومنه: $c \equiv -1$ [7] (2)															
6		ب) $48 \equiv 6$ [7] ومنه: $48^{2^n} \equiv 1$ [7] إذن $48^{2^{20}} \equiv 1$ [7] وبالتالي:															
	4×0.5 $48^{2^{20}} \equiv 6$ [7]															
		التمرين الثاني: (08 نقط)															
		أ. 1. جدول التغيرات:															
	0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	$g(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$			
x	$-\infty$	1	$+\infty$														
$g'(x)$	+	0	-														
$g(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$														
	0.5	2. إشارة $g(x)$: $-\frac{1}{0} \quad + \quad \frac{3}{0} \quad -$: أي: موجبة على $[-1; 3]$ و سالبة على $]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$															
8	2×0.5	ب. 1. $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = -g(x)$: استنتاج إشارة $f'(x)$: $-\frac{1}{0} \quad - \quad \frac{3}{0} \quad +$															
	0.5	أي: $f'(x)$ سالبة على $[-1; 3]$ و موجبة على $]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$															
	2×0.5	2. النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$															
	2×0.5	3. $f(3) = -6$ و $f(-1) = \frac{14}{3}$															
	1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{14}{3}$</td> <td>-6</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	-	+		$f(x)$	$-\infty$	$\frac{14}{3}$	-6	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$													
$f'(x)$	+	-	+														
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{14}{3}$	-6	$+\infty$													

2x0.5	4. المماسان : $f'(x) = 5$ تعني $x^2 - 2x - 8 = 0$ للمعادلة حلان: $x' = 4$ و $x'' = -2$ ومنه يوجد مماسان لـ C_f
0.5	5. $f(x) = g(x)$ تعني $\frac{1}{3}x^3 - 5x = 0$ أي: $x(\frac{1}{3}x^2 - 5) = 0$ ومنه: $x = -\sqrt{15}$ أو $x = \sqrt{15}$ أو $x = 0$
1	إذن الإحداثيات: $(0; 3)$ ، $(\sqrt{15}; -12 + 2\sqrt{15})$ ، $(-\sqrt{15}; -12 - 2\sqrt{15})$
	التمرين الثالث: (06 نقط)
1	1. الاقتراح 2: (U_n) متتالية حسابية لأن: $U_{n+1} - U_n = -2$
1	2. الاقتراح 3: الحد الخامس والأربعون للمتتالية (U_n) هو: $U_{44} = -2(44) = -88$
0.5+1	3. الاقتراح 2: المجموع هو: $-n^2 - n$ لأن: $S = \frac{n+1}{2}(0-2n) = -n^2 - n$
1	4. الاقتراح 1: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{9}$ لأن: $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$
0.5+1	5. الاقتراح 2: (V_n) متتالية متناقصة لأن $V_{n+1} - V_n = -\frac{8}{9}3^{-2n} < 0$