



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيتان حيث: $a = 2025$ و $b \equiv 12 [7]$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $5a + 2b^2$ على 7

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2^{3n} \equiv 1 [7]$ ،

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{1446} على 7

(3) تحقّق أنّ $b \equiv -2 [7]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1446} على 7

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $3n + a^{1446} + b^{1446} \equiv 0 [7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(1) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = 3 \times 4^n$

أ) احسب الحدود v_0 ، v_1 و v_2

ب) بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 4

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(2) (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حذا الأول u_0 وأساسها q حيث:

$$u_5 = 32 \text{ و } u_1 \times u_3 = 16$$

أ) احسب u_2

ب) بين أنّ: $q = 2$ و $u_0 = 1$

ج) اكتب عبارة u_n بدلالة n

(3) أ) تحقّق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 3 \times u_{2n}$ ،

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n = u_0 + u_2 + u_4 + \dots + u_{2n}$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- a, b, c أعداد طبيعية حيث: $a=2025, b=1446, c+5 \equiv 0 [8]$ و
- (1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكن من العددين a و b على 8
ب) بين أن $c \equiv 3 [8]$ ثم استنتج أن $b+c-a \equiv 0 [8]$
 - (2) بين أن العدد $1871 + (c+6)^{1954}$ يقبل القسمة على 8
 - (3) أ) عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $3n \equiv a [8]$
ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $3n \equiv a [8]$ و $40 < n < 60$
- التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $u_n = 3n - 9$
- (1) احسب الحدود u_0, u_1, u_2
 - (2) بين أن المتتالية (u_n) حسابية أسامها 3 ثم حدّد اتجاه تغيرها.
 - (3) أ) تحقق أن العدد 2025 حدّ من حدود المتتالية (u_n)
ب) احسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{678}$
 - (4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = 2^n + 3n - 9$
أ) احسب الحدود v_0, v_1, v_2
ب) بزر أن المتتالية (v_n) ليست حسابية وليست متنامية.
- التمرين الثالث: (08 نقاط)

- f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 2)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - (2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x) = \frac{3}{2}x(x-2)$
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
 - (3) عيّن معادلة L (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
 - (4) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف A . يُطلب تعيين إحداثيها.
 - (5) أ) احسب كلّاً من $f(3)$ ، $f(-1)$ ثم ارسم (T) و (C_f)
ب) عيّن بيانياً عدد حلول المعادلة: $f(x) = 0$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
العلامة	مجزأة	
التمرين الأول (06 نقاط)		
3	0,5×2	(أ) لدينا: $a = 7 \times 289 + 2$ ومنه: باقي قسمة a على 7 هو 2 لدينا: $b \equiv 7 + 5 [7]$ ومنه: باقي قسمة b على 7 هو 5 (ب) $5a + 2b^2 \equiv 4 [7]$ ومنه: $2b^2 \equiv 1 [7]$ ، $5a \equiv 3 [7]$
	0,5×2	
	0,5+0,25×2	
1	0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $2^{3n} = 8^n \equiv 1 [7]$
	0,5	(ب) $a^{1446} \equiv 1 [7]$ أي: $a^{1446} \equiv 2^{3 \times 482} [7]$
1	0,5	$b \equiv -2 [7]$ أي: $b \equiv 5 - 7 [7]$
	0,5	$b^{1446} \equiv 1 [7]$ أي: $b^{1446} \equiv 2^{3 \times 482} [7]$
1	0,5×2	$n \equiv 4 [7]$ أي: $3n + 2 \equiv 0 [7]$ ومنه: $3n + a^{1446} + b^{1446} \equiv 0 [7]$
التمرين الثاني (06 نقاط)		
3	0,5×3	(أ) $v_2 = 48$ و $v_1 = 12$ ، $v_0 = 3$
	0,75	(ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = 4v_n$ ، هندسية أساسها 4
	0,75	(ج) $S_n = 4^{n+1} - 1$
2,25	0,5	(أ) $u_2 = 4$
	0,5×2	(ب) $u_0 = 1$ ، $q = 2$
	0,75	(ج) $u_n = 2^n$
0,75	0,5	(أ) التحقق أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 3 \times u_{2n}$
	0,25	(ب) $T_n = \frac{1}{3} S_n$
التمرين الثالث (08 نقاط)		
1	0,5×2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
2,75	0,25+0,75	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 6x(x+1)$
	0,5	(ب) إشارة $f'(x)$
	0,5	(2) الدالة f متناقصة تماما على $[-1; 0]$ و متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -1[$ و $]0; +\infty[$

	0,75	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>\nearrow</td> <td>\circ</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	$f(x)$	\nearrow	\circ	\searrow	\nearrow	
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$														
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$														
$f(x)$	\nearrow	\circ	\searrow	\nearrow														
		$f''(x) = 12x + 6$ ، x من أجل كل عدد حقيقي	(3)															
1	0,5 0,5	f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $-\frac{1}{2}$ و منه $A(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف.																
		$(T): y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$	(4)															
1	1																	
		$f(x) = (2x-1)(x+1)^2$ ، x من أجل كل عدد حقيقي (أ)	(5)															
1	0,5 0,5	(ب) $f(x) = 0$ تكافئ $x = -1$ أو $x = \frac{1}{2}$																
		$f(1) = 4$ ، $f(-2) = -5$ رسم (T) و (C_f)	(6)															
1,25	0,25×2 0,5+0,25																	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
العلامة	مجزأة	
التمرين الأول (06 نقاط)		
3	0,5×2	(1) أ) لدينا: $a = 8 \times 253 + 1$ ومنه: باقي قسمة a على 8 هو 1 لدينا: $b = 8 \times 180 + 6$ ومنه: باقي قسمة b على 8 هو 6 ب) لدينا: $c + 5 \equiv 0 [8]$ ومنه: $c \equiv 3 [8]$ وبالتالي: $b + c - a \equiv 6 + 3 - 1 [8]$ أي: $b + c - a \equiv 0 [8]$
	0,5×2	
	0,5×2	
1,5	0,5×3	(2) لدينا: $c \equiv 3 [8]$ أي: $c + 6 \equiv 1 [8]$ وبالتالي: $(c + 6)^{1954} + 1871 \equiv 1 + 7 [8]$ ومنه: $(c + 6)^{1954} + 1871 \equiv 0 [8]$
1,5	1	(3) أ) لدينا: $3n \equiv a [8]$ أي: $3n \equiv 1 [8]$ ومنه: $n \equiv 3 [8]$ أي: $n = 8k + 3$ مع $k \in \mathbb{N}$ ب) ($3n \equiv a [8]$ و $40 < n < 60$) أي: $(n = 8k + 3$ و $40 < n < 60$) ومنه: $n \in \{43; 51; 59\}$
	0,5	
التمرين الثاني (06 نقاط)		
1,5	0,5×3	(1) $u_2 = -3$ ، $u_1 = -6$ ، $u_0 = -9$
1,25	0,75	(2) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = 3$ ، ومنه: (u_n) حسابية أساسها 3 نستنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.
	0,5	
2	0,5×2	(3) أ) $3n - 9 = 2025$ ومنه: $n = 678$ ب) $S = \frac{679}{2} (u_0 + u_{678})$ ومنه: $S = 684432$
	0,5×2	
1,25	0,25×3	(4) أ) $v_2 = 1$ ، $v_1 = -4$ ، $v_0 = -8$ ب) (v_n) ليست حسابية. $v_0 + v_2 \neq 2v_1$ (v_n) ليست هندسية. $v_0 \times v_2 \neq v_1^2$
	0,25×2	
التمرين الثالث (08 نقاط)		
1	0,5×2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
2,75	0,5×2	(2) أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{3}{2}x(x-2)$ ب) إشارة $f'(x)$ الدالة f متناقصة تماما على $[0; 2]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$
	0,5	
	0,5	

		جدول التغيرات:																
	0,75	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	+	$f(x)$	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
$f'(x)$	+	0	-	+														
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	$+\infty$														
1	1		(3) $(T): y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$															
1,25	0,5 0,25+0,5		(4) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x) = 3x - 3$ ، f'' تتعدم وتغير إشارتها عند 1 و منه نقطة انعطاف.															
2	0,25×2 0,75+0,25		(5) (أ) $f(3) = 1$ ، $f(-1) = -1$ الرسم:															
	0,5		(ب) للمعادلة $f(x) = 0$ ثلاثة حلول.															

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.