الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: جوان 2013

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المـــدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول $v_0=2$ وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن v_n بدلالة n.

ب) احسب بدلالة n الفرق $v_{n+1}-v_n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n-1}$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n=80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد 3^n-1 يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددان 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n: $4^{6n}-1\equiv 0[7]$.

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3\times 718^{6n}+2013$ يقبل القسمة على 7.

4- أ) تحقّق أنّ: $1434\equiv -1[7]$.

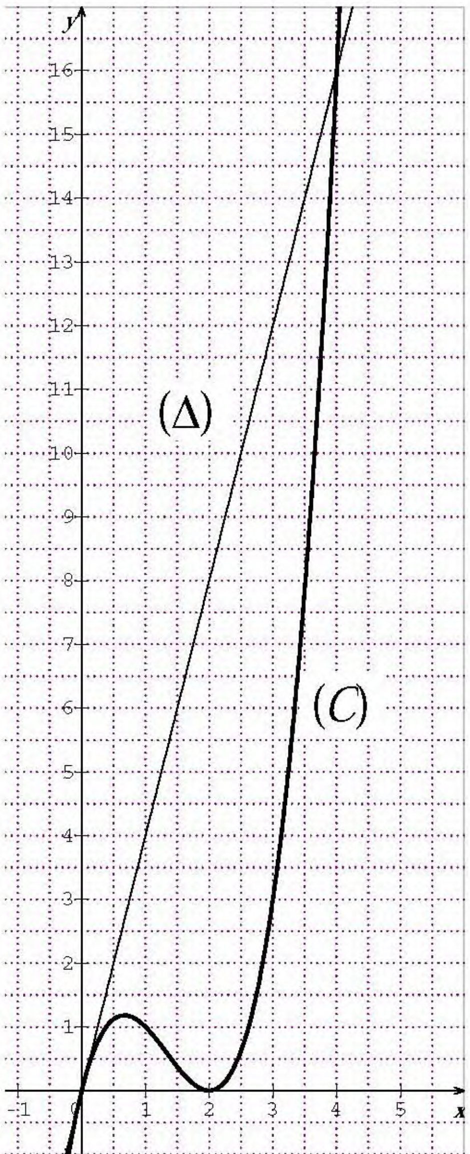
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n}+n\equiv 0[7]$.

<u>التمرين الثالث</u>: (08 نقاط)

في الشّكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O، حيث: $y = g(x)$ معادلة له.



I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

3- عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة f:

1- أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثمّ ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أنّ: $g(x) = 4x$.

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ).

4- بيّن أنّ، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$.

5- عيّن بيانيا، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها 5 بحيث: $u_0+u_1+u_2+u_3=34$.

1- احسب u_0.

2- بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=5n+1$.

3- عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_{n+1}+u_n-8n=4033$.

4- احسب المجموع: $S=u_0+u_1+u_2+.....+u_{2013}$.

5- المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $v_n=2u_n+1$.

أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

ب) احسب المجموع: $S'=v_0+v_1+v_2+.....+v_{2013}$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 6[7]$.

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+b$ على 7.

2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2+3b^2 على 7.

3- أ) تحقّق أنّ: $b\equiv -1[7]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n+n\equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x-1}{2x-4}$ و (C) المنحنى البياني الممثّل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- بيّن أنّه، من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، $f(x)=1+\dfrac{3}{2x-4}$.

2- هل النقطة $A\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (C)؟

3- أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

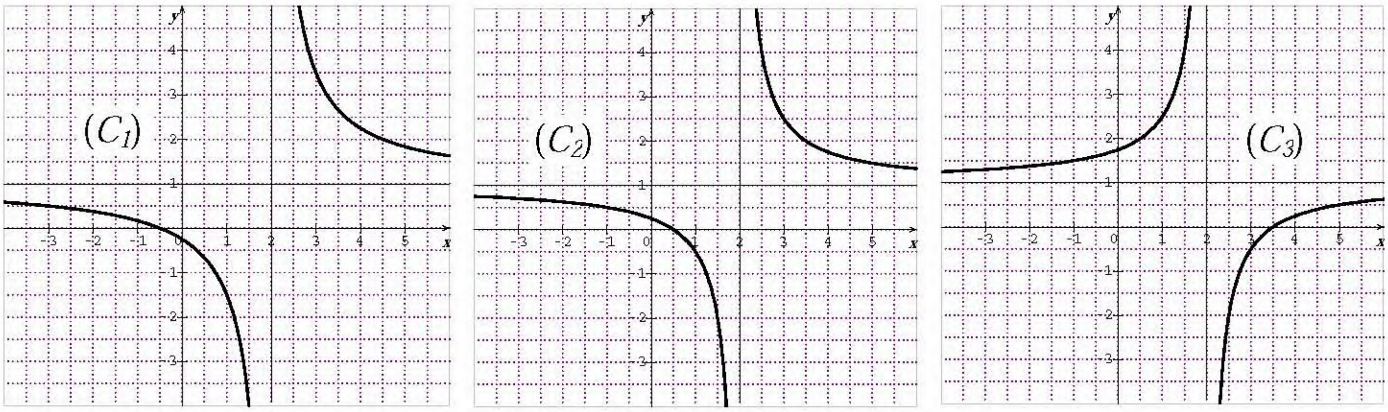
ب) استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

4-احسب $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5-جِد فواصل نقط المنحنى (C)، التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $-\frac{3}{2}$.

6-جِد إحداثيات نقط تقاطع (C) مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور التراتيب.

7-عيّن، مع التبرير، المنحنى (C) من بين المنحنيات (C_1) ، (C_2) ، (C_3) الممثلة أدناه.



عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
الموضوع الأول		
التمرين الأول:(06ن)		
1) أ) $v_n = v_0 q^n$ أي $v_n = 2.3^n$	1	2.5
ب) $v_{n+1} - v_n = 2.3^{n+1} - 2.3^n = 4.3^n$ بما أن: $v_{n+1} - v_n > 0$ فإن (v_n) متزايدة تماما	0.5+1	
2) أ)المجموع $S_n = v_0 \dfrac{1-q^n}{1-q}$ أي : $S_n = 2\dfrac{1-3^n}{1-3} = 3^n - 1$ ومنه : $S_n = 3^n - 1$	1+0.5	3.5
ب) $S_n = 80$ أي $3^n - 1 = 80$ ، $3^n = 81$ ومنه $n = 4$	2×0.5	
جـ) التحقق من أجل $n=0$ ثم التوريث	0.75+0.25	
التمرين الثاني: (06ن)		
1. العددان متوافقان بترديد 7 $2013 - 718 = 7\times185$ (تقبل أي طريقة صحيحة)	1	1
2. أ) $4^6 \equiv 1[7]$ الباقي 1	0.5	1.25
ب) $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$	0.75	
3. أ) $718 \equiv 4[7]$ و $2013 \equiv 4[7]$	2×0.5	1.5
ب) $3\times718^{6n} + 2013 \equiv 3\times4^{6n} + 4[7]$ ومنه: $3\times718^{6n} + 2013 \equiv 0[7]$ ...	0.5	
4. أ) التحقق من أن $1434 \equiv -1[7]$	0.5	2.25
ب) $1434^{2n} \equiv 1[7]$ و $n \equiv 6[7]$ أو $n = 7k + 6$	2×0.5	
$n \in \{ 6 , 13 , 20 \}$	0.75	
التمرين الثالث : (08ن)		
I(1) عدد نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هو 2	0.5	1.5
2) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$: إذا كان: $x \le 0$ فإن: $f(x) \le 0$ وإذا كان: $x \ge 0$ فإن: $f(x) \ge 0$ ...	0.5	
3) عدد حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$ هو حلان	0.5	
II) 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	2×0.5	3
ب) حساب $f'(x)$: $f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$	1+0.5	
إشارة $f'(x)$: $f'(x) \ge 0$ ، $x \in \left]-\infty;\dfrac{2}{3}\right] \cup [2;+\infty[$ و $f'(x) < 0$ ، $x \in \left]\dfrac{2}{3};2\right[$		
جـ) جدول تغيرات الدالة f :	0.5	

2) أ) التحقق أن: $f(x)=x(x-2)^2$	0.5	1.5
ب) التقاطع مع محور الفواصل $O(0;0)$ و $A(2;0)$.	2×0.25	
3) أ) تبيان أن: $g(x)=4x$	0.5	
ب) تعيين فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ): $x^2(x-4)=0$ ، $x=0$ أو $x=4$	0.75	2
4) $f'(x)=6x-8$ ، $x=\frac{4}{3}$ ، إشارة $f'(x)$	0.75	
5) $m\in\left]0;\frac{32}{27}\right[$	0.5	
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06ن)		
1. $4u_0+30=34$ ومنه $u_0=1$	1.5	2
2. $u_n=1+5n$	0.5	
3. $n=2013$	1	1
4. $S=\frac{2014}{2}(u_0+u_{2013})$ ومنه $S=10137469$	1	1
5. أ) $v_{n+1}-v_n=10$ أي (v_n) متزايدة تماما.	0.5+0.5	1
ب) $S'=2S+2014$ ومنه $S'=20276951$	1	1
التمرين الثاني: (06ن)		
1. $3a\equiv6[7]$ و $3a+b\equiv12[7]$ ومنه $3a+b\equiv5[7]$	1	1
2. $a^2\equiv4[7]$ و $3b^2\equiv3[7]$ ومنه $a^2+3b^2\equiv7[7]$ أي $a^2+3b^2\equiv0[7]$	3×0.5	1.5
3. أ) التحقق: $b\equiv-1[7]$	0.5	1.5
ب) $b^{2013}\equiv6[7]$ و $b^{1434}\equiv1[7]$	2×0.5	
4. لدينا: $a+b\equiv1[7]$ ومنه $(a+b)^n\equiv1[7]$	2×0.5	2
وبالتالي: $(a+b)^n+n\equiv0[7]$ يكافئ $1+n\equiv0[7]$	0.5	
أي: $n=7k+6$ مع $k\in\mathbb{N}$	0.5	

التمرين الثالث: (08ن)		
1) $f(x)=1+\frac{3}{2x-4}$	0.5	0.5
2) $f(1)=-\frac{1}{2}$ إذن: $A\in(C)$	0.5	0.5
3) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)=+\infty$	4×0.25	1
ب) المستقيمان المقاربان: $x=2$ ، $y=1$	2×0.25	0.5
4) $f'(x)=\frac{-6}{(2x-4)^2}$	1	1
من أجل كل $x\neq 2$ $f'(x)<0$ و منه: f متناقصة تماما	2×0.25	0.5
جدول التغيرات:	0.5	0.5
5) $f'(x)=-\frac{3}{2}$ معناه: $x=1$ أو $x=3$ .... توجد نقطتان من (C) يكون فيهما معامل توجيه المماس يساوي $-\frac{3}{2}$.	3×0.5	1.5
6) التقاطع مع محور الفواصل: $E\left(\frac{1}{2};0\right)$ .... التقاطع مع محور التراتيب: $F\left(0;\frac{1}{4}\right)$	0.5 0.5	1
7) (C) هو (C_2) لأن: مثلا f متناقصة وتمر من النقطة $\left(\frac{1}{2};0\right)$	1	1