

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

نعتبر الأعداد الطبيعية  $a, b, c$  حيث  $a = 2016$  ،  $b = 1437$  و  $c = 1954$

- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد  $a, b$  و  $c$  على 5.
- (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد  $a + b + c$  ،  $a \times b \times c$  و  $b^4$  على 5.
- (3) (أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $b^{4n} \equiv 1[5]$  ،  
(ب) استنتج أنّ العدد  $b^{2016} - 1$  يقبل القسمة على 5.
- (4) (أ) تحقق أنّ:  $c \equiv -1[5]$  ،  
(ب) بيّن أنّ:  $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$  .

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

$(u_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرّفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $u_1 = 20$  و  $u_3 = 320$ .

- (1) بيّن أنّ أساس المتتالية  $(u_n)$  هو 4 وحدها الأول هو 5.
- (2) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية  $(u_n)$  بدلالة  $n$  ثم استنتج قيمة حدها السابع.
- (3) (أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي  $n$  المجموع  $S$  حيث  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  ،  
(ب) استنتج قيمة المجموع  $S'$  حيث  $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_6$  .

التمرين الثالث: ( 08 نقاط )

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرّفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{4x - 3}{2x - 2}$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$
- (2) أ) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  .  
ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربتين للمنحنى  $(C_f)$  .
- (3) أ) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$   
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.
- (5) اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2 .
- (6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- ( $u_n$ ) متتالية حسابية معرفة على المجموعة  $\mathbb{N}$  بحدّها الأول  $u_0 = -5$  و  $u_3 + u_7 = 50$ .
- (1) عيّن الأساس  $r$  للمتتالية ( $u_n$ ).
  - (2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 6n - 5$ .
  - (3) اثبت أنّ العدد 2017 حد من حدود المتتالية ( $u_n$ )، ماهي رتبته؟
  - (4) احسب بدلالة العدد الطبيعي  $n$  المجموع  $S$  حيث  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

- $a$  ،  $b$  و  $c$  ثلاثة أعداد طبيعية حيث  $a \equiv -5[7]$  و  $b = 1966$  و  $c = 2017$ .
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد  $a$  ،  $b$  و  $c$  على 7.
  - (2) تحقّق أنّ:  $b \equiv -1[7]$ .
  - (3) اثبت أنّ العدد:  $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$  يقبل القسمة على 7.
  - (4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي  $k$  ،  $2^{3k} \equiv 1[7]$ ، ثم استنتج أنّ:  $2^{3k+1} \equiv 2[7]$  و  $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ .
  - (5) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $2^n + 3$  قابلا للقسمة على 7.

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

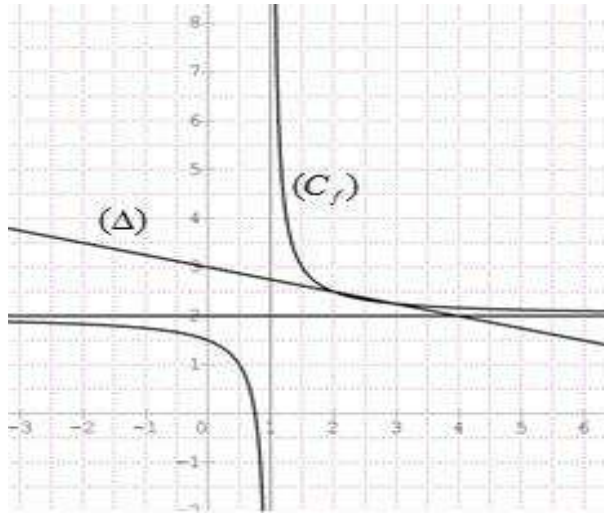
نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ( $O; \vec{i}, \vec{j}$ )

- (1) احسب النهايتين التاليتين:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = (x-2)(x+2)$  ،  
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$ .
- (3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (4) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ، استنتج احداثيات نقط تقاطع ( $C_f$ ) مع حامل محورى الإحداثيات.
- (5) بيّن أنّ ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.
- (6) اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحني ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- (7) ارسم ( $T$ ) و المنحني ( $C_f$ ).

انتهى الموضوع الثاني



01	2×0.5	$(C_f) \cap (yy') = \left\{ B\left(0; \frac{3}{2}\right) \right\}, (C_f) \cap (xx') = \left\{ A\left(\frac{3}{4}; 0\right) \right\}$ (4)
0.75	0.75	(5) معادلة المماس $(\Delta): y = -\frac{1}{4}x + 3$
1.50	0.50	(6) رسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ .
	01	

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

01	01	(1) الأساس $r$ للمتتالية $(u_n)$ : $r = 6$
1.50	1.50	(2) بيان أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, u_n = 6n - 5$ .
1.50	1.50	(3) $u_{337} = 2017$ , رتبته هي 338
02	02	(4) المجموع $S = (n+1)(3n-5)$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1.50	3×0.5	(1) $a \equiv 2[7], b \equiv 6[7]$ و $c \equiv 1[7]$
0.50	0.50	(2) التحقق أن: $b \equiv -1[7]$ .
01	01	(3) اثبات أن $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2 \equiv 0[7]$
02	01 2×0.5	(4) التحقق أن: من أجل كل عدد طبيعي $k, 2^{3k} \equiv 1[7]$ , استنتاج أن: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ .
01	01	(5) $2^n + 3 \equiv 0[7]$ معناه $n = 3k + 2 / k \in \mathbb{R}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	2×0.5	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
1.50	01 0.50	(2) أ) بيان أن: من أجل كل عدد حقيقي $x, f'(x) = (x-2)(x+2)$ , ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة $f$ .

0.75	0.75	(3) جدول تغيرات الدالة $f$ .
1.50	0.75	(4) $S = \{0; 2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}\}$ $(C_f) \cap (xx') = \{A(2\sqrt{3}; 0), O(0; 0), B(-2\sqrt{3}; 0)\}$
1	1	(5) بيان أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.
0.75	0.75	(6) معادلة المماس $(T): y = -4x$
1.50	0.5 01	(7) رسم $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ 