



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2018

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- 1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .
- 2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.
- 3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.
- 4) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- 1) (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} ب: $u_n = n^2 - 1$
المتتالية (u_n) : أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة
- 2) (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$
عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي:
أ) $v_n = 3 \times 2^n$ ب) $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ ج) $v_n = 2 \times 3^n$
المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي:
أ) $3(2^n - 1)$ ب) $(2^n - 1)$ ج) $2(3^n - 1)$
- 3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.
احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:
أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{7}{10}$



احتمال الحصول على كرتية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

(ج) $\frac{1}{10}$

(ب) $\frac{3}{10}$

(أ) $\frac{9}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

(2) أ) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

(4) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) أ) تحقّق من أنّ النقطة O (مبدأ المعلم) والنقطة A ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(6) حلّ في \mathbb{R} بيانيا المتراحة: $f(x) > 0$.

(7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + 4 = (x + 1)(x - 2)^2$ ، ثم حلّ المعادلة $f(x) = -4$.

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- a و b عدنان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.
- 1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .
 - 2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .
 - 3) نضع $b = 489$.
أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .
ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:
- $$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$
- 1) بيّن أنّ $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة u_0 .
 - 2) بيّن أنّ $q = 4$ ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - 3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - 4) احسب 4^4 ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته .
 - 5) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

- (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- I. عيّن العدد الحقيقي a بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O مبدأ المعلم.



II. نضع $a = 3$.

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

(2) أ) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربتين للمنحنى (C_f) .

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(4) b عدد حقيقي، (Δ) مستقيم معادلته $y = 3x + b$.

عين العدد b حتى يكون المستقيم (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -2$

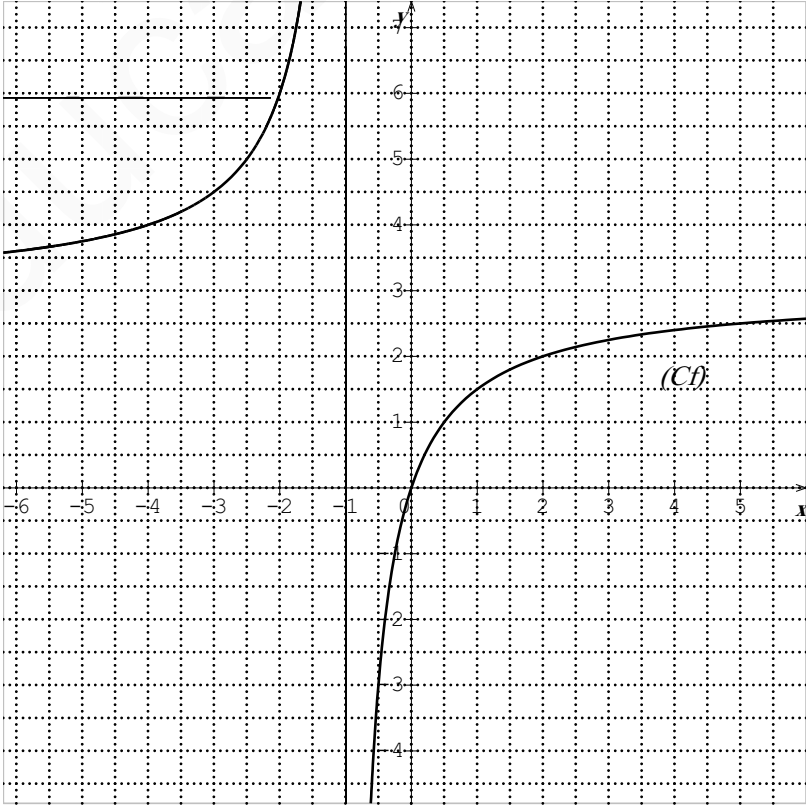
(5) ارسم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
01	4×0.25	<p>التمرين الأول: (04 نقاط)</p> <p>1. بواقتي قسمة 2^n على 5</p>
0.5	0.5	2. العدد الطبيعي $a = 504$
01.50	3×0.5	3. $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5 [5]$ ومنه $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5
01	2×0.25	4. أ. التحقق $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$
	0.5	ب. قيم العدد الطبيعي حيث $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$ هي $n = 4k + 1$ $k \in \mathbb{N}$
01.5	0.75x2	<p>التمرين الثاني: (07 نقاط):</p> <p>الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التبرير:</p> <p>1- (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} ب: $u_n = n^2 - 1$ ، (u_n) المتتالية (u_n) متزايدة تماما</p>
		2. (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$ *عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي: ب- $3 \times 2^{n-1}$
02.5	0.75x2	*المجموع $v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي : أ) $3(2^n - 1)$
03	2x0.75	3- صندوق به 10 كرات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20 ، نسحب عشوائيا كرة واحدة *احتمال الحصول على كرة تحمل عددا مضاعف لـ 3 هو: ب- $\frac{3}{10}$
	2x0.75	*احتمال الحصول على كرة تحمل عددا فرديا ومضاعف لـ 3 هو: ج- $\frac{1}{10}$
01	0.5x2	<p>التمرين الثالث: (09 نقاط).</p> <p>1- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$</p>
3.25	0.75 01	أ. $f'(x) = 3x^2 - 6x$ دراسة الإشارة
	0.75 0.75	ب. اتجاه تغير الدالة جدول تغيراتها
0.5	0.5	3 - نقطة الانعطاف $w(1; -2)$

0.75	0.75	4-معادلة المماس $y = -3x + 1$
02	0.5×2 1	أ - 5 $f(3) = 0, f(0) = 0$ ب. الإنشاء
0.5	0.5	6- حلول المتراجحة : $]3; +\infty[$
01	0.5 0.5	$f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2 - 7$ حلول المعادلة هي -1 و 2

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1	1	التمرين الأول: (06 نقاط) (1) $a = 4q + 2$ حيث $q = b + 1$ ومنه باقي قسمة a على 4 هو 2 .
0.5	0.5	(2) $a - b = 3k$ حيث $k = b + 2$ ومنه $a - b$ مضاعف للعدد 3 .
4.5	0.5×3 1 1 0.5 0.5	(3) أ) $a = 1962$ و $a + 1 \equiv 0[13]$ ومنه $a \equiv -1[13]$. ب) $a^{2018} \equiv 1[13]$ $40^{2968} \equiv 1[13]$ ومنه $a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2[13]$ ج) $a^{2^n} + n + 3 \equiv 0[13]$ حيث $a^{2^n} \equiv 1[13]$ ومنه $n \equiv 9[13]$ و عليه $n = 13k' + 9$ حيث k' عدد طبيعي.
1.5	01 0.50	التمرين الثاني: (06 نقاط) (1) $u_1^2 = u_0 \times u_2 = 576$ ومنه $u_1 = 24$. $u_0 + u_1 = 30$ ومنه $u_0 = 6$.
2	0.5 1 0.5	(2) $u_1 = u_0 \times q$ و منه $q = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6 \times 4^n$.
0.5	0.5	(3) $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، نستنتج أن (u_n) متزايدة تماما.
1.5	0.5×3	(4) $4^4 = 256$ ، $u_n = 1536$ ومنه $n = 4$ إذن 1536 حد من حدود (u_n) رتبته 5 .
0.5	0.5	(5) $s_n = 8(4^n - 1)$
01	01	التمرين الثالث: (08 نقاط) أ. $a = 3$
01	01	ب. $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ (1)

01 01	<p>(2) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$</p> <p>ب) $x = -1$ و $y = 3$ معادلتا مستقيمين مقاربين .</p>												
02 0.5 0.5 02	<p>(3) أ) $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$</p> <p>ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1[$ و $]-1; +\infty[$.</p> <p>جدول التغيرات :</p> <table border="1" data-bbox="421 622 1126 891"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
$f'(x)$	+		+										
$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$										
01	<p>(4) $b = 2f'(-2) + f(-2) = 12$</p>												
01 01 01	<p>(5) الرسم:</p> 												

ملاحظة : تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى