

## موضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات	امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
دورة: جوان 2011	الشعب(ة): آداب وفلسفة ، لغات أجنبية
المدة: ساعتان ونصف	اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

### الموضوع الأول

**التمرين الأول: (06 نقاط )**

- نعتبر العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  حيث:  $a = 619$  و  $b = 2124$
1. بين أن العددين  $a$  و  $b$  متوافقان بتربيد 5.
  2. أ) بين أن:  $2124 \equiv -1[5]$ .
  - ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $2124^{720}$  و  $619^{721}$  على 5.
  - ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $2124^{2n} \equiv 1[5]$ .
  - د) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون:  $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$ .

**التمرين الثاني: (06 نقاط )**

- أ)  $(u_n)$  متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول  $u_0$  بحيث:  $u_0 + u_3 = 28$
1. احسب  $u_0$  ، ثم اكتب الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .
  2. احسب المجموع:  $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$ .
- ب)  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بحدها العام:  $v_n = 1 - 5n$ .
1. بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثم استنتج اتجاه تغيرها.
  2. احسب المجموع:  $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$ .
- ج) نعتبر المتتالية  $(k_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدها العام:  $k_n = 1 + 3^n - 5n$
- تحقق أن:  $k_n = u_n + v_n$  ثم احسب المجموع:  $S = k_0 + k_1 + \dots + k_9$

**التمرين الثالث: (08 نقاط )**

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$

(C) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
2. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.
5. اكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .
6. أنشئ  $(\Delta)$  و (C).

HanifiMaths

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 7 هو 3 ، باقي القسمة

الإقليدية للعدد  $b$  على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد  $c$  على 7 هو 6 .

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين :  $a \times b$  ،  $a^2 - b^2$  .

2- أ ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $c^{2n} \equiv 1[7]$  .

ب) تحقق أنّ  $48 \equiv 6[7]$  ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

$48^{2010}$  و  $48^{2011}$  على 7 .

### التمرين الثاني: (08 نقاط)

أ ) في الشكل المقابل،  $\mathcal{C}_g$  هو التمثيل البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة  $g$  المعرفة

على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة :  $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  .

2. عيّن حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

ب) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

$\mathcal{C}_f$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. بيّن أنّ:  $f'(x) = -g(x)$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

2. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$  .

3. احسب  $f(-1)$  ،  $f(3)$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$  .

4. بيّن أنه يوجد مماسّان للمنحنى  $\mathcal{C}_f$  معامل توجيه كل منهما يساوي 5 .

5. حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = g(x)$  ثم استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنيين  $\mathcal{C}_f$  و  $\mathcal{C}_g$  .

التمرين الثالث: (06 نقاط)

$(u_n)$  و  $(v_n)$  المتالتان العدديتان المعرفتان على  $\mathbb{N}$  بحديهما العام:  $u_n = -2n$  و  $v_n = 3^{-2n}$  عين في كل حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

1	اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3
1	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
2	-90	-92	-88
3	$n^2 + 1$	$-n^2 - n$	$-n^2 - 1$
4	$\frac{1}{9}$	9	-9
5	متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة

(ملحقاً 80):

بند 1: رتيبة حسابية

بند 2: حسابية

بند 3: حسابية

بند 4: حسابية

بند 5: حسابية

بند 6: حسابية

بند 7: حسابية

بند 8: حسابية

بند 9: حسابية

بند 10: حسابية

بند 11: حسابية

بند 12: حسابية

بند 13: حسابية

بند 14: حسابية

HanifiMaths

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية وسلم التقيظ لموضوع امتحان/ مسابقة: الكالوريا  
 اختيار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك (\*): آداب وفلسفة + لغات أجنبية  
 دورة: جوان 2011 المدة: 02 سا و 30د

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الأول</b>		
<b>التمرين الأول: (6 نقاط)</b>		
	2×0.5	(1) $b - a = 1505$ و $0[5] = 1505$ ومنه $a$ و $b$ متوافقان بنترديد 5 .....
	2×0.5	(2) أ) $0[5] = 2124 + 1$ ومنه $0[5] = -1$ $2124$ .....
6	2×0.5	ب) $0[5] = 2124^{720} = 1$ إذن الباقي المطلوب هو: 1 .....
	2×0.5	$0[5] = -1$ $619^{721}$ أو $0[5] = 4$ $619^{721}$ ومنه الباقي هو: 4 .....
	2×0.5	ج) $0[5] = (-1)^{2n} = 1$ أي: $0[5] = 2124^{2n} = 1$ لأن $2n$ زوجي .....
	2×0.5	د) $0[5] = 2124^{4n} + 619^{4n+1} + n = 0$ معناه $0[5] = 1 + 4 + n = 0$ أي: $n = 0[5]$ .....
	2×0.5	ومنه: $n = 5k$ حيث: $k \in \mathbb{N}$ .....
<b>التمرين الثاني: (6 نقاط)</b>		
	4×0.25	(1) أ) $u_3 = u_0 q^3$ أي $u_3 = 27u_0$ ومنه: $28u_0 = 28$ إذن $u_0 = 1$ .....
	2×0.25	عبارة الحد العام $u_n = u_0 q^n$ و منه $u_n = 3^n$ .....
	0.5+0.5	2. $S_1 = \frac{1-q^{10}}{1-q}$ و منه $S_1 = \frac{3^{10}-1}{2} = 29524$ .....
6	0.25+0.5	ب) 1. $(V_n)$ متتالية حسابية لأن: $V_{n+1} - V_n = -5$ ، أساسها -5 .....
	0.5	الاستنتاج : متناقصة تماما لأن الأساس سالب .
	2×0.5	2. $S_2 = \frac{10}{2}(V_0 + V_9)$ و منه $S_2 = -215$ .....
	2×0.5	ج) $K_n = u_n + v_n$ و منه $S = S_1 + S_2$ .....
	0.25	عندئذ $S = -215 + \frac{1}{2}(3^{10} - 1) = 29309$ .....

## التمرين الثالث : (8 نقاط)

1. النهايات:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  ..... 0.5 +0.5

.....  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$  ..... 0.5 +0.5

الاستنتاج :  $x = 2$  و  $y = 1$  معادلنا المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .... 2×0.25

2. المشتقة :  $f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$  الإشارة  $f'(x) < 0$  ..... 0.5+1

3.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1		$+\infty$

8

0.5

4. التقاطع مع المحاور :  $A(0,-1)$  و  $B(-2,0)$  ..... 2×0.5

5. معادلة المماس ( $\Delta$ ):  $y = f'(4)(x-4) + f(4)$  أي  $y = -x + 7$  ..... 2×0.5

6. إنشاء ( $\Delta$ ) و (C) ..... 1+0.5

العلامة		عناصر الإجابة															
مجموع	مجزأة																
		<b>54.</b>															
		<b>الموضوع الثاني</b>															
		التمرين الأول: (06 نقط)															
	1	..... 5 [7] $ab \equiv 5$ الباقي هو: (1)															
	3×0.5	..... 0 [7] $a^2 - b^2 \equiv 0$ الباقي هو: $a^2 \equiv 2$ [7] $b^2 \equiv 2$ [7]															
	1.5	..... $c^{2n} \equiv 1$ [7] وبالتالي: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}$ [7] ومنه: $c \equiv -1$ [7] (2)															
6		ب) $48 \equiv 6$ [7] ومنه: $48^{2n} \equiv 1$ [7] إذن $48^{2010} \equiv 1$ [7] وبالتالي:															
	4×0.5	..... $48^{2011} \equiv 6$ [7]															
		التمرين الثاني: (08 نقط)															
		أ. 1. جدول التغيرات:															
	0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>4</td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	$g(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$			
x	$-\infty$	1	$+\infty$														
$g'(x)$	+	0	-														
$g(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$														
	0.5	2. إشارة $g(x)$ : $-\frac{1}{0} + \frac{3}{0} -$ ..... أي: موجبة على $[-1; 3]$ و سالبة على $]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$															
8	2×0.5	ب. 1. $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = -g(x)$ ..... استنتاج إشارة $f'(x)$ : $-\frac{1}{0} - \frac{3}{0} +$ ..... أي: $f'(x)$ سالبة على $[-1; 3]$ و موجبة على $]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$															
	0.5	2. النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ..... 3. $f(3) = -6$ و $f(-1) = \frac{14}{3}$ ..... .....															
	2×0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-1</td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\frac{14}{3}</math></td> <td>-6</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	-	+		$f(x)$	$-\infty$	$\frac{14}{3}$	-6	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$													
$f'(x)$	+	-	+														
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{14}{3}$	-6	$+\infty$													
	1																

2x0.5	4. المماسان : $f'(x) = 5$ تعني $x^2 - 2x - 8 = 0$ للمعادلة حلان: ..... $x' = 4$ و $x'' = -2$ ومنه يوجد مماسان لـ $C_f$ .....
0.5	5. $f(x) = g(x)$ تعني $\frac{1}{3}x^3 - 5x = 0$ أي: $x(\frac{1}{3}x^2 - 5) = 0$ ومنه: $x = -\sqrt{15}$ أو $x = \sqrt{15}$ أو $x = 0$
1	إذن الإحداثيات: $(0; 3)$ ، $(\sqrt{15}; -12 + 2\sqrt{15})$ ، $(-\sqrt{15}; -12 - 2\sqrt{15})$
	<b>التمرين الثالث: (06 نقط)</b>
1	1. الاقتراح 2: $(U_n)$ متتالية حسابية لأن: $U_{n+1} - U_n = -2$ .....
1	2. الاقتراح 3: الحد الخامس والأربعون للمتتالية $(U_n)$ هو: ..... $U_{44} = -2(44) = -88$
0.5+1	3. الاقتراح 2: المجموع هو: $-n^2 - n$ لأن: $S = \frac{n+1}{2}(0-2n) = -n^2 - n$ .....
1	4. الاقتراح 1: $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{9}$ لأن: $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$ .....
0.5+1	5. الاقتراح 2: $(V_n)$ متتالية متناقصة لأن $V_{n+1} - V_n = -\frac{8}{9}3^{-2n} < 0$ .....