الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: 2022

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام u_n حيث $u_n=-3n+1$

قيمة المجموع $u_{1954}+u_{1955}+\cdots+u_{2022}$ هي:

أ) -11926 ب) -411447 جـ) 272356

2) المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n=\dfrac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:

أ) هندسية ب) حسابية جـ) لا حسابية ولا هندسية

3) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^2 (1+\frac{1}{x^2})dx$ هي:

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{3}{2}$ جـ) $\frac{2}{3}$

4) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+6x+4$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني (C) هو المستقيم ذو المعادلة :

أ) $x=4$ ب) $x-3=0$ جـ) $x+3=0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$. (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين f و g المعرّفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=ax^2+bx-1$ و $g(x)=(x+1)^2(x-1)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g(x)=x^3+x^2-x-1$

ب- عيّن العددين a و b حتى تكون g دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$

2) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f(x)=(x+1)(3x-1)$

3) أ- حلّل العبارة $g(x)-f(x)$

ب- استنتج أنّ (C_f) و (C_g) يتقاطعان في ثلاث نقط يُطلب تعيينها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ وأساسها r حيث $\begin{cases} u_2+u_3+u_4=21 \\ u_4+u_5=20 \end{cases}$

1) أ- بيّن أنّ $u_3=7$ و $r=2$ ثم استنتج قيمة u_0

ب- أكتب u_n بدلالة n

جـ- أحسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\dots+u_{n-1}$

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=3\times 2^{2n}$

أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\frac{v_{n+1}}{v_n}=4$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب- أحسب، بدلالة n، المجموع S'_n حيث $S'_n=v_0+v_1+\dots+v_{n-1}$

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $w_n=\frac{2}{3}v_n$

أ- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $w_n=2^{u_n}$

ب- احسب p_n حيث، $p_n=w_0\times w_1\times\dots\times w_{n-1}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على D حيث $D=\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

ب- أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3) بيّن أنّ النقطة $A(-2;-1)$ مركز تناظر (C)

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من D، $f'(x)=\frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

5) أُكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

6) أنشئ (T) ، (Δ) و (C)

7) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=\frac{x^2-3|x|+3}{-|x|+2}$، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بيّن أنّ g دالة زوجية ثم تحقّق أنّه من أجل كلّ x من $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ ، $g(x)=f(x)$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C) ثم أنشئه.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) نضع من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $P(x)=x^3-2x^2-2x-3$

تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $P(x)=(x-3)(x^2+x+1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

2) (u_n) المتتالية الهندسية التي حدها الأول u_0 وأساسها q ، حيث $u_0=2$ و $u_3-2u_2-2u_1-3u_0=0$

أ- بيّن أنّ $q^3-2q^2-2q-3=0$ ثم استنتج قيمة q

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=2\times 3^n$

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $w_n=\dfrac{u_n}{3^n}$

احسب المجموع S_n حيث : $S_n=w_0+w_1+...+w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-2$ و $u_{n+1}=5u_n+20$

1) أ- احسب u_1 و u_2

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}+5=5(u_n+5)$

2) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n>-5$

ب- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+5$

تحقّق أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

4) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كلّ حالة من الحالات التالية:

1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0=1$ و $u_4=3$

العدد 1012 حدّ من حدود (u_n)

2) f و g الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)(3x-3)$ و $g(x)=(x+1)(x^2-x-2)$

g هي الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم عند -1

3) α عدد حقيقي. نضع : $a=3\alpha+5$ ، $b=5\alpha+3$ ، $c=7\alpha+1$

الأعداد a ، b ، c بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية حسابية .

4) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{3x^2+1}{x^2+1}$

المستقيم ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=-x+1+\dfrac{x}{(x-1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- احسب $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\dfrac{-x(x^2-3x+4)}{(x-1)^3}$

ب- بيّن أنّ f متزايدة تماما على $]0;1[$ ومتناقصة تماما على كلّ من $]-\infty;0]$ و $]1;+\infty[$

جـ- شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3) أ- بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب- أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

جـ- بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2{,}3<\alpha<2{,}4$

4) أ- أُكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1

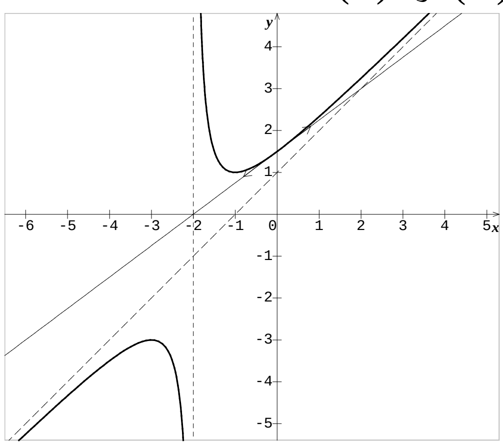
ب- أنشئ (Δ) و (C_f)

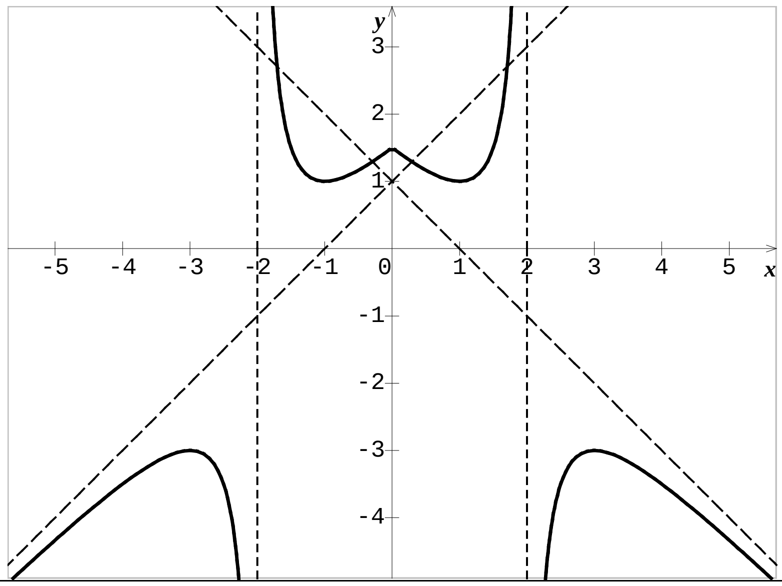
5) g الدالة العددية المعرّفة على $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=|f(x)|$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئ (C_g)

انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>(1</td><td>الاجابة الصحيحة هي ب
التبرير : $u_{1954}+\cdots+u_{2022}=\frac{69}{2}(u_{1954}+u_{2022})=-411447$</td><td>0.50
0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>الاجابة الصحيحة هي أ
التبرير : $v_n=2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ او $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$</td><td>0.50
0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(3</td><td>الاجابة الصحيحة هي ب
التبرير : $\int_1^2(1+\frac{1}{x^2})dx=\left[x-\frac{1}{x}\right]_1^2=\frac{3}{2}$</td><td>0.50
0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(4</td><td>الاجابة الصحيحة هي جـ
التبرير : من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $(-6-x)\in\mathbb{R}$ ، $f(-6-x)=f(x)$</td><td>0.50
0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(1</td><td>أ– بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)^2(x-1)=x^3+x^2-x-1$</td><td>0.25+0.50</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td>ب– من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$ يكافئ $ax^2+bx-1=3x^2+2x-1$
و منه $a=3$ و $b=2$</td><td>0.50
0.25×2</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)(3x-1)=3x^2+2x-1$</td><td>0.50</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3</td><td>أ–تحليل العبارة $g(x)-f(x)=x(x+1)(x-3)$</td><td>0.50×2</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td>ب–إحداثيا نقط التقاطع : $(0;-1)$ و $(-1;0)$ و $(3;32)$</td><td>0.25×3</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(1</td><td>أ– $3u_3=21$ و منه $u_3=7$
$u_4+u_5=20$ يكافئ $2u_3+3r=20$ و ومنه $r=2$ و $u_0=1$</td><td>0.25×2
0.25+0.25</td><td rowspan="3">2.50</td></tr>
<tr><td>ب– $u_n=u_0+rn=2n+1$</td><td>0.25+0.50</td></tr>
<tr><td>جـ– $S_n=\frac{n}{2}(u_0+u_{n-1})=n^2$</td><td>0.25+0.50</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2</td><td>أ– $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{3\times2^{2n+2}}{3\times2^{2n}}=4$ ومنه (v_n) متتالية هندسية</td><td>0.25+0.25</td><td rowspan="2">01</td></tr>
<tr><td>ب– $S'_n=4^n-1$</td><td>0.25+0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3</td><td>أ– $w_n=\frac{2}{3}v_n=\frac{2}{3}\left(3\times2^{2n}\right)=2^{2n+1}=2^{u_n}$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.50</td></tr>
<tr><td>ب– $p_n=2^{S_n}=2^{n^2}$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

<table dir="rtl">
<tr><th colspan="4">التمرين الرابع (08 نقاط)</th></tr>
<tr><td>1)</td><td>أ $\lim_{x \overset{<}{\to} -2} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \overset{>}{\to} -2} f(x) = +\infty$
التفسير البياني: $x=-2$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f)</td><td>0.50+0.50
0.25</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td></td><td>ب $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$</td><td>0.25+0.25</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>$(\Delta): y=x+1$ مستقيم مقارب لأنّ: $f(x)-(x+1)=\dfrac{1}{x+2}$
$\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x+1)\right)=0$ ، $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+1)\right)=0$
(C) أعلى (Δ) في $]-2;+\infty[$ ، (C) اسفل (Δ) في $]-\infty;-2[$</td><td>0.25
0.25×2
0.25×2</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>$A(-2;-1)$ مركز التناظر لأن $x\in D_f$ و $-4-x\in D_f$
$f(-4-x)+f(x)=-2$</td><td>0.25×2</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>أ - $f'(x)=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=\dfrac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$</td><td>0.50×2</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td>ب - f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-3]$ و $[-1;+\infty[$
f متناقصة تماما على كل من $]-2;-1]$ و $[-3;-2[$
جدول تغيرات f
<table dir="ltr">
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-3</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>||</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>-3</td><td>↘</td><td>$-\infty$ || $+\infty$</td><td>↘</td><td>1</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0.25
0.25
0.5</td></tr>
<tr><td>5)</td><td>معادلة للمماس (T) : $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{2}$</td><td>0.50</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>6)</td><td>إنشاء (T) ، (Δ) و (C)
</td><td>0.25
0.25
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>7)</td><td>أ-تبيان أن g دالة زوجية</td><td>0.25</td><td>01</td></tr>
</table>

	0.25	– من أجل كلّ x من $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ ، $g(x)=f(x)$	
	0.25	ب– على $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ (C_g) ينطبق على (C) و (C_g) متناظر بالنسبة الى حامل محور التراتيب	
	0.25	– إنشاء (C_g) 	

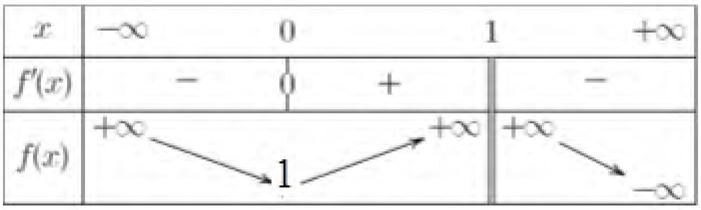
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)

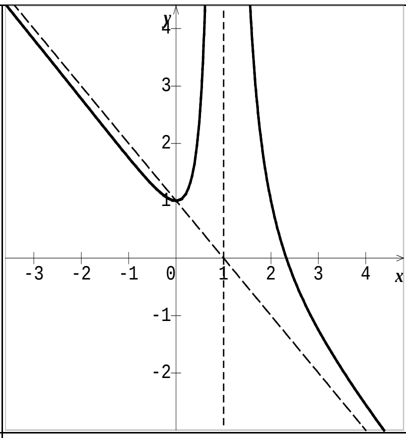
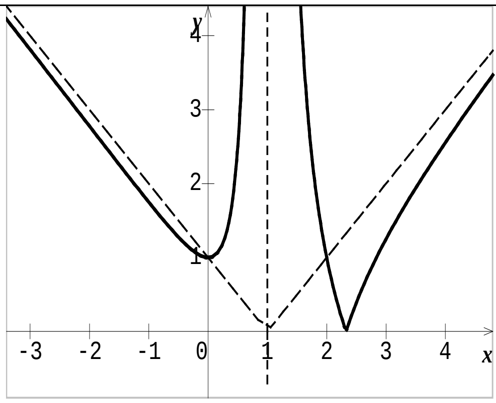
التمرين الأول (04 نقاط)

1.50	0.75	$(x-3)(x^2+x+1)=x^3-2x^2-2x-3$	(1
	0.25+0.50	$P(x)=0$ تكافئ $(x-3)(x^2+x+1)=0$ ومنه $x=3$	
1.75	0.25+0.50	أ– $u_3-2u_2-2u_1-3u_0=0$ تكافئ $u_0q^3-2u_0q^2-2u_0q-3u_0=0$ و منه $q^3-2q^2-2q-3=0$ اذن $q=3$	(2
	0.50+0.50	ب– $u_n=u_0\times q^n=2\times3^n$	
0.75	0.25+0.50	لدينا $w_n=\dfrac{u_n}{3^n}=2$ ومنه $S_n=2(n+1)$	(3

التمرين الثاني (04 نقاط)

1.50	0.50+0.50	أ– $u_1=10$ و $u_2=70$	(1
	0.50	ب– $u_{n+1}+5=(5u_n+20)+5=5(u_n+5)$	
1.25	0.50+0.25	أ– البرهان بالتراجع على أنّ: $u_n>-5$	(2
	0.25+0.25	ب– $u_{n+1}-u_n=4(u_n+5)>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	
0.75	0.50	لدينا $v_{n+1}=5v_n$ و منه (v_n) هندسية أساسها 5	(3
	0.25	$v_n=3\times5^n$	

0.50	0.25+0.25	لدينا $u_n = v_n - 5$ ومنه $S_n = \frac{3}{4}\left(5^{n+1}-1\right) - 5(n+1)$	4)
		التمرين الثالث (04 نقاط)	
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $u_n = 1 + \frac{1}{2}n$ و : $u_{2022} = 1012$	1)
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $g'(x) = f(x)$ و $g(-1) = 0$	2)
01	0.50+0.50	صحيح لأنّ : $2b = a + c$	3)
01	0.50+0.50	خاطئ لأن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - x + 1 \right) \neq 0$	4)
		التمرين الرابع (08 نقاط)	
2	0.50+0.50	أ- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$	1)
	0.50 0.50	ب- $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$ التفسير البياني : $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f)	
2	0.75	أ- $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$	2)
	0.25 0.25 0.25	ب- إشارة $f'(x)$ f متزايدة تماما على $[0;1[$ f متناقصة تماما على كلّ من $]-\infty;0]$ و $]1;+\infty[$	
	0.5	جـ- جدول التغيرات 	
1.75	0.5	أ- (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	3)
	0.25×3	ب- $f(x) - (-x+1) = \frac{x}{(x-1)^2}$ (C_f) أعلى (Δ) على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ و (C_f) اسفل (Δ) على $]-\infty;0]$	
	0.5	جـ- مبرهنة القيم المتوسطة	
1.75	0.75	أ- معادلة لـ (T) : $y = -x + \frac{3}{4}$	4)

	ب- إنشاء (Δ) و (C_f)		0.5+0.5	
(5	(C_g) ينطبق على (C_f) على $]-\infty;1[\cup]1;\alpha]$ و (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على $[\alpha;+\infty[$		0.25	0.5
	إنشاء (C_g)		0.25	