

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كرات متعائلة ولا نفرق بينها باللمس منها: كرتان خضراوان مرقمتان بـ: 1 ، 2 ،

وثلاث كرات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 وخمس كرات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3

(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كرات مختلفة الألوان متى متى متى » ، B : « الحصول على 3 كرات تحمل نفس النظم »

C : « الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها 6 »

(1) ا) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج حساب $P(A \cup B)$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لـ 3 كرات بالكيفية السابقة عدد ألوان الكرات المسحوبة.

- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X. ثم احسب أمله الرياضي.

(II) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات على التوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e^2$ ومن أجل كل عند طبيعي n ، $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

أ) احسب الحدين u_1 ، u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عند طبيعي n ، $4 < u_n \leq e^2$

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \ln u_n - 2 \ln 2$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ب) استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة: $7x - 5y = 9 \dots (E)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
 (أ) عيّن الأعداد الصحيحة x التي تحقق: $7x \equiv 9 [5]$ ثم حل المعادلة (E)
 (ب) لضع: $d = PGCD(x; y)$ حيث الثنائية $(x; y)$ تحقق المعادلة (E)
 - عيّن القيم الممكنة للعدد d ثم جد كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $d = 9$
 (2) (أ) لدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7
 (ب) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $1446^{2025} + 5n + 2$ قابلا للقسمة على 7.
 (3) عيّن كل الثنائيات الطبيعية $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $3^y - x = 5 [7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (1) (أ) اكتب الدالة المعرفة على \mathbb{R} : $g(x) = 1 - (x-1)^2 e^{-x}$
 (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ وبيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$
 (ج) لدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
 (2) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$
 (II) (أ) الدالة المعرفة على \mathbb{R} : $f(x) = x + (x^2 + 1)e^{-x}$ تمثيلها البياني في المستوي المسوّى -
 إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm).
 (1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
 (ب) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
 (2) (أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
 (3) (أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.
 (ب) تحقق أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف، يُطلب تعيين إحداثيهما.
 (4) احسب $f(-1)$ ثم ارسم كلاً من (Δ) ، (T) و (C_f)
 (5) (أ) عيّن العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدالة $h: x \mapsto (-x^2 + ax + b)e^{-x}$
 أصلية للدالة $k: x \mapsto (x^2 + 1)e^{-x}$ على \mathbb{R}
 (ب) استنتج بالمتناظر المربع حساب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتان التي
 معادلاتها: $y = x$ ، $x = 0$ و $x = 1$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 12 كرة منها: 3 كرات خضراء و 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء.
كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

I) ن سحب عشوائيا من الصندوق 4 كرات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الأتية:

A : « الحصول على 3 كرات بالضبط من نفس اللون » ، B : « لا نحصل على أية كرة بيضاء »

C : « الحصول على كرة واحدة بيضاء على الأقل »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج حساب $P(A \cup B)$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لـ 4 كرات بالكيفية المتأينة عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X . ثم احسب أمله الرياضي.

II) ن سحب عشوائيا من الصندوق 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3+5u_n}{3+u_n}$

أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{12}{3+u_n}$

ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 3$

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \frac{-3+u_n}{1+u_n}$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1+u_n} = 1 - v_n$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{4}{1+u_0} + \frac{4}{1+u_1} + \dots + \frac{4}{1+u_n}$

التعريف الثالث: (05 نقاط)

(1) a و b العدنان الطبيعيان المكتوبان في نظام العداد ذي الأساس 7 كما يلي: $a = \overline{4134}$ و $b = \overline{4630}$ - اكتب كلا من a و b في النظام العشري.

(2) نعتبر المعادلة: $(E) \quad 1446x - 1687y = 241 \dots$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) بين أن: $PGCD(1446; 1687) = 241$ ثم حل المعادلة (E)

(ب) جد الثنائية $(x_0; y_0)$ حل المعادلة (E) والتي تحقق: $PPCM(x_0; y_0) = 340$

(3) عين الأعداد الصحيحة α التي تحقق الجملة: $\begin{cases} \alpha \equiv 5[6] \\ \alpha \equiv 6[7] \end{cases}$

(4) A و B عدنان حيث: $A = 7n^2 + 13n + 6$ ، $B = 6n^2 + 11n + 5$ مع n عدد طبيعي.

- بين أن A و B يقبلان القسمة على $n+1$ ثم استنتج بدلالة n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التعريف الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + 2 - 2\ln(x+1)$

(1) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x(x+2)}{x+1}$

(ب) اندرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (لا يُطلب حساب النهايات)

(2) استنتج إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1+2\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(ب) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(3) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{4\ln(x+1) - 4}{(x+1)^3}$

(ب) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثياتها.

(4) (أ) احسب $f(0)$ ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $1 + 2\ln(x+1) = m(x+1)$

(5) احسب \mathcal{M} مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتان التي معادلاتها:

$$x = e - 1 \text{ و } x = 0, y = x$$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
العلامة	مجزأة									
التمرين الأول (04 نقاط)										
2,25	0,5 0,25×3	(أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^3 = 120$ $P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{60}$ ، $P(A) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{4}$ $P(C) = \frac{C_4^3 + C_5^1 \times C_4^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{5}$ (1)								
	0,5 0,5	(ب) $P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{20}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{19}{60}$ (1)								
1,25	0,25 0,25×3 0,25	$X(\Omega) = \{1; 2; 3\}$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{11}{120}$</td> <td>$\frac{79}{120}$</td> <td>$\frac{30}{120}$</td> </tr> </table> $E(X) = \frac{259}{120}$ (2)	x_i	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{30}{120}$
x_i	1	2	3							
$P(X=x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{30}{120}$							
0,5	0,5	احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{3A_2^2 \times A_8^1}{A_{10}^3} = \frac{1}{15}$ (II)								
التمرين الثاني (04 نقاط)										
2	0,25×3	(أ) $u_1 = 2e$ ، $u_2 = 2\sqrt{2e}$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.								
	0,75	(ب) البرهان بالتراجع.								
	0,5	(ج) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n} (2 - \sqrt{u_n})$ ، (u_n) متناقصة تماما.								
1,5	0,5 0,25×2	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$ ، $v_n = \frac{2 - \ln 4}{2^n} = \frac{1 - \ln 2}{2^{n-1}}$ ، $v_0 = 2 - \ln 4$ (2)								
	0,25×2	(ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ ، $u_n = 4e^{v_n} = 4e^{\frac{1 - \ln 2}{2^{n-1}}}$								
0,5	0,25	(أ) $S_n = 4(1 - \ln 2) \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$ (3)								
	0,25	(ب) $P_n = 4^{n+1} \times e^{S_n}$								
التمرين الثالث (05 نقاط)										
2,25	0,75	(أ) $x = 5k + 2 ; k \in \mathbb{Z}$ تكافئ $x \equiv 2 \pmod{5}$ (1)								

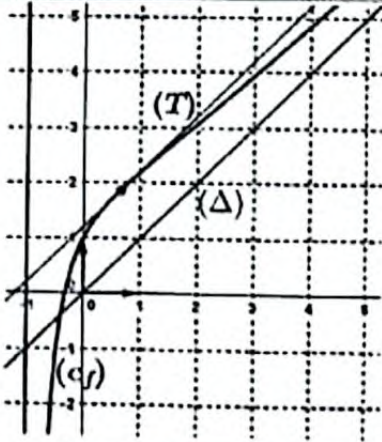
	0,5	$(x; y) = (5k+2; 7k+1) ; k \in \mathbb{Z}$																	
	0,25	$d \in \{1; 3; 9\}$ (ب)																	
	0,75	من أجل $d = 9$ نجد: $(x; y) = (45k+27; 63k+36) ; k \in \mathbb{Z}$																	
		(أ) من أجل كل عدد طبيعي k :																	
1,75	1	$3^{6k+2} \equiv 2 [7] , 3^{6k+1} \equiv 3 [7] , 3^{6k} \equiv 1 [7]$ $3^{6k+5} \equiv 5 [7] , 3^{6k+4} \equiv 4 [7] , 3^{6k+3} \equiv 6 [7]$	(2)																
	0,75	(ب) $n = 7k+5 ; k \in \mathbb{N}$ تكافئ $1446^{2025} + 5n + 2 \equiv 0 [7]$																	
	0,5	$k = 3\alpha + 3 ; \alpha \in \mathbb{N}$ تكافئ $3^{y-x} \equiv 5 [7]$																	
1	0,5	ومنه: $(x; y) = (15\alpha + 17; 21\alpha + 22) ; \alpha \in \mathbb{N}$	(3)																
التمرين الرابع (07 نقاط)																			
	0,25x2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ، تبين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$																	
	0,5	(ب) من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = (x-1)(x-3)e^{-x}$																	
		(ج) الدالة g متناقصة تماما على $[1; 3]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1[$ و $]3; +\infty[$	(I)																
1,5	0,25	جدول التغيرات:	(I)																
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>1</th> <th>3</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗ 1</td> <td>↘ $1-4e^{-3}$</td> <td>↗ 1</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	0	+	$g(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ $1-4e^{-3}$	↗ 1	
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$															
$g'(x)$	+	0	-	0	+														
$g(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ $1-4e^{-3}$	↗ 1															
	0,25																		
0,5	0,25x2	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>0</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+	(2)								
x	$-\infty$	0	$+\infty$																
$g(x)$	-	0	+																
		$g(0) = 0$ إشارة $g(x)$:																	
	0,25x2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$																	
0,75	0,25	(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) = 0$ أي: (Δ) نو المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$	(II)																
			(I)																
	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$																	
1	0,25	(ب) الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; 0[$ ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$	(2)																

	0,25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول التغيرات:</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	
x	$-\infty$	0	$+\infty$												
$f'(x)$	$-$	0	$+$												
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$												
	0,5+0,25	(T): $y = x + \frac{2}{e}$ ، $x=1$ تكافئ $f'(x)=1$ (ا)													
1,25	0,5	(ب) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f''(x) = g'(x)$ ومنه: للمنحني (C_f) نقطتا انعطاف هما: $A\left(1; 1 + \frac{2}{e}\right)$ ، $B\left(3; 3 + \frac{10}{e^3}\right)$	(3)												
	0,25 0,25×2 0,5		$f(-1) = -1 + 2e$ رسم (T) ، (Δ) رسم (C_f)	(4)											
	0,25	$h'(x) = (x^2 - (a+2)x + a - b)e^{-x}$ ، من أجل كل عدد حقيقي x (ا)	(5)												
0,75	0,25	$(a; b) = (-2; -3)$													
	0,25	(ب) $A = 4 \int_0^1 k(x) dx = 4(h(1) - h(0)) = \left(12 - \frac{24}{e}\right) \text{ cm}^2$													

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
2	0,5 0,25×3	<p>(أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{12}^4 = 495$</p> $P(B) = \frac{C_8^4}{C_{12}^4} = \frac{14}{99} , P(A) = \frac{C_3^3 \times C_9^1 + C_4^3 \times C_8^1 + C_5^3 \times C_7^1}{C_{12}^4} = \frac{37}{165}$ $P(C) = 1 - P(B) = \frac{85}{99}$										
	0,5 0,25	<p>(ب) $P(A \cap B) = \frac{C_3^3 \times C_5^1 + C_5^3 \times C_3^1}{C_{12}^4} = \frac{7}{99}$</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{146}{495}$										
1,5	0,25 0,25×4 0,25	<p>$x_i \in \{0; 1; 2; 3\}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{14}{55}$</td> <td>$\frac{28}{55}$</td> <td>$\frac{12}{55}$</td> <td>$\frac{1}{55}$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">$E(X) = 1$</p>	x_i	0	1	2	3	$P(X = x_i)$	$\frac{14}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{1}{55}$
x_i	0	1	2	3								
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{1}{55}$								
0,5	0,5	<p>(II) احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{4A_3^3 \times A_9^1}{A_{12}^4} = \frac{1}{55}$</p>										
التمرين الثاني (04 نقاط)												
1,75	0,25	<p>(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{12}{3 + u_n}$</p>										
	0,5+0,25	<p>(ب) البرهان بالتراجع.</p>										
	0,5	<p>(ج) $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 2u_n + 3}{3 + u_n} = \frac{(3 - u_n)(1 + u_n)}{3 + u_n}$</p>										
	0,25	<p>(u_n) متزايدة تماما.</p>										
1,5	0,25+0,5	<p>(أ) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_{n+1} = \frac{1}{3} v_n$ ، $v_n = -3 \left(\frac{1}{3}\right)^n$</p>										
	0,25+0,5	<p>(ب) $u_n = \frac{3 - 3 \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 + 3 \left(\frac{1}{3}\right)^n}$ أو $u_n = -1 + \frac{6}{1 + 3 \left(\frac{1}{3}\right)^n}$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$</p>										
0,75	0,25	<p>(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1 + u_n} = 1 - v_n$</p>										
	0,5	<p>(ب) $S_n = n + 1 + \frac{9}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = n + \frac{11}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n$</p>										

التمرين الثالث (05 نقاط)														
1	0,5×2	$b=1687$ ، $a=1446$	(1)											
2,25	0,5	$PGCD(1446;1687)=241$ (أ)	(2)											
	1	(E) تكافئ $6x-7y=1$ ومنه: $k \in \mathbb{Z}$ أي $\begin{cases} x=7k+6 \\ y=6k+5 \end{cases}$												
	0,75	(ب) لدينا: $PPCM(x_0; y_0)=340$ ومنه: $(7k+6)(6k+5)=340$ أي: $42k^2+71k-310=0$ ومنه: $k=2$ ، $(x_0; y_0)=(20; 17)$												
0,75	0,75	لدينا: $\begin{cases} \alpha \equiv 5[6] \\ \alpha \equiv 6[7] \end{cases}$ أي: $\begin{cases} \alpha=6\beta+5 \\ \alpha=7\gamma+6 \end{cases}$ أي: $6\beta-7\gamma=1$ ومنه: $k \in \mathbb{Z}$ وعليه: $\begin{cases} \beta=7k+6 \\ \gamma=6k+5 \end{cases}$ مع $\alpha=42k+41$	(3)											
1	0,5	$B=(n+1)(6n+5)$ و $A=(n+1)(7n+6)$	(4)											
	0,5	ومنه: $PGCD(A; B)=(n+1) \times PGCD(7n+6; 6n+5)=n+1$												
التمرين الرابع (07 نقاط)														
1	0,25	(أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2x(x+2)}{x+1}$	(I) (1)											
	0,25	إشارة $g'(x)$												
	0,25	جدول التغيرات:												
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على $]-1; 0]$ ومتزايدة تماما على كل من $[0; +\infty[$												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>↗</td> </tr> </table>	x	-1	0	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$			↗
x	-1	0	$+\infty$											
$g'(x)$	-	0	+											
$g(x)$			↗											
0,25	0,25	من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$	(2)											
1,5	0,25×2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$	(II) (1)											
	0,5	(ب) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$												
	0,25	(ج) الدالة f متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$												
	0,25	جدول التغيرات:												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>↗ $+\infty$</td> </tr> </table>	x	-1	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$		↗ $+\infty$			
x	-1	$+\infty$												
$f'(x)$		+												
$f(x)$		↗ $+\infty$												
1,25	0,5	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ أي: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$	(2)											
	0,5+0,25	(ب) $f'(x)=1$ تكافئ $x=\sqrt{e}-1$ ، $(T): y=x+\frac{2}{\sqrt{e}}$												

0,75	0,25	<p>(أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{4 \ln(x+1) - 4}{(x+1)^3}$</p>	(3)
	0,25×2	<p>(ب) f'' تتعدم وتغير إشارتها عند $e-1$ و $B(e-1; e-1+\frac{3}{e})$ نقطة انعطاف</p>	
1,75	0,25 0,25×2 0,5	 <p>(أ) $f(0)=1$ رسم (Δ) ، (T) رسم (c_f)</p>	(4)
	0,5	<p>(ب) $f(x) = x + m$ تكافئ $1 + 2 \ln(x+1) = m(x+1)$ $m \leq 0$ أو $m = \frac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حل واحد ، $0 < m < \frac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حلان مختلفان ، $m > \frac{2}{\sqrt{e}}$: لا يوجد حلول.</p>	
0,5	0,5	$\mathcal{A} = \int_0^{e-1} \frac{1+2\ln(x+1)}{x+1} dx = \int_0^{e-1} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2\ln(x+1)}{x+1} \right) dx = 2u.a$	(5)

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.