



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، منها: 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان.

(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد.

(1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على الألوان الثلاثة »

C : « الحصول على كرتة بيضاء على الأقل »

(2)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الألوان المتحصل عليها.

(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضياتي  $E(X)$

(ب) احسب  $E(84X + 1837)$

(II) نضيف الآن إلى الصندوق كرتة واحدة سوداء ثم نسحب منه عشوائيا 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

– بيّن أنّ احتمال الحادثة  $D$ : « الحصول على الألوان الأربعة » هو  $\frac{4}{35}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  ، بواقي القسمة الإقليدية لكان من العددين  $3^n$  و  $5^n$  على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(5^{1445})^{2024}$  على 7

(2) بيّن أنّه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، العدد  $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445$  مضاعف للعدد 7

(3) جد الأعداد الطبيعية  $n$  التي تُحقّق :  $1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0 [7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  التي من أجلها يقبل العدد  $5^n + 2^n$  القسمة على 7

التمرين الثالث: (05 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{6+6u_n}{5+u_n}$

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$  ثم تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5+u_n}$



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: تقني رياضي // بكالوريا 2024

(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n < 3$   
 ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

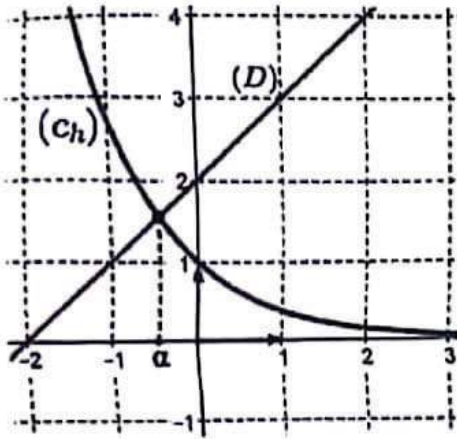
(3)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$

أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{8}{3}$  ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I)  $(C_h)$  التمثيل البياني للدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = e^{-x}$   
 و  $(D)$  المستقيم ذو المعادلة:  $y = x + 2$  و  $\alpha$  فاصلة نقطة تقاطع  $(C_h)$  و  $(D)$  ، كما في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية: حدّد حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$  حيث:

$$g(x) = e^{-x} - x - 2$$

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x + (x+1)e^x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، (وحدة الطول 2cm)

1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = -g(x) \times e^{-x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

(4) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) أ) ارسم  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  (ناخذ:  $\alpha \approx -0,5$  و  $f(\alpha) \approx 0,8$ )

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $f(x) = -x - e^m$  حلين مختلفين.

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن:  $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع ،  $\mathcal{A}$  مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x = 0 \text{ ، } x = -1 \text{ ، } y = -x$$



## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها:

كرتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كرات تحمل الرقم 2 ، كرتة واحدة تحمل الرقم 3 وأربع كرات تحمل الرقم 4  
نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد.  
1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « مجموع الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة يساوي 12 »

B : « الحصول على ثلاثة أعداد أولية »

C : « جُداء الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة معدوم »

2)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كرات عدد الأعداد الأولية المتحصل عليها.(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضي  $E(X)$ (ب) احسب احتمال الحادثة  $(X^2 > e)$ 

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة  $(E) \quad 3179x - 1156y = 1445 \dots$  ذات المجهولين الصحيحين  $x$  و  $y$ 

(أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3179 و 1156

(ب) حلّ المعادلة  $(E)$  علما أنّ الثنائية  $(7; 3)$  حلّ لها.2)  $x$  ،  $y$  عدنان صحيحان و  $d$  عدد طبيعي حيث:  $(x; y)$  حلّ للمعادلة  $(E)$  و  $PGCD(x; y) = d$ (أ) عيّن القيم الممكنة للعدد  $d$ (ب) جد كلّ الثنائيات  $(x; y)$  التي تحقّق:  $d = 5$ 3)  $a$  ،  $b$  عدنان طبيعيان و  $PGCD(a; b) = 5$ (أ) جد الثنائيات  $(a; b)$  التي تحقّق:  $ab = 600$ (ب) عيّن الثنائية  $(a; b)$  حلّ للمعادلة  $(E)$  التي تحقّق:  $ab = 600$ 

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I)  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $[2; 3]$  بـ:  $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ - ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم بيّن أنه: من أجل كل  $x$  من  $[2; 3]$  ،  $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$



(II)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $2 < u_n \leq 3$

(2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$  ، ثم استنتج اتجاه تغير  $(u_n)$

(3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$

ب) برهن أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$  ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x + \ln(x+2)$

$x$	-2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $-0,45 < \alpha < -0,44$

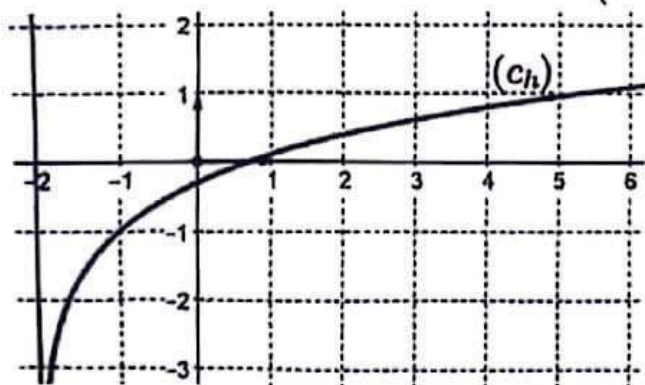
(2) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)(-1 + \ln(x+2))$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، (وحدة الطول  $2cm$ )

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل  $x$  من  $]-2; +\infty[$  ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$



ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) في الشكل المقابل،  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  المعرفة

على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $h(x) = -1 + \ln(x+2)$

أ) بين أن  $(C_h)$  منحنى مقارب لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_h)$  و  $(C_f)$

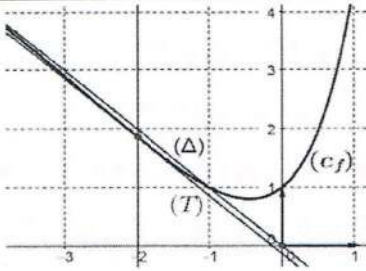
(4) أ) أعد رسم  $(C_h)$  على ورقة الإجابة ثم ارسم  $(C_f)$  (ناخذ:  $f(\alpha) \approx -0,2$ )

ب) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$

(5) بين أن:  $\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \frac{1}{2}$  ، ثم احسب بالسنتيمتر المربع،  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد

بالمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_h)$  والمستقيمين ذوي المعادلتين:  $x = -1$  و  $x = e-2$

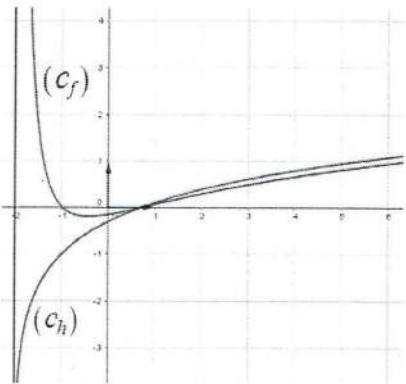
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																								
العلامة	مجزأة																									
<b>التمرين الأول (04 نقاط)</b>																										
1,5	0,5×3	$P(B) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_9^3} = \frac{2}{7}, \quad P(A) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{5}{84}$ $P(C) = 1 - \frac{C_5^3}{C_9^3} \text{ أو } P(C) = \frac{C_4^1 \times C_5^2 + C_4^2 \times C_5^1 + C_4^3}{C_9^3} = \frac{37}{42}$																								
2	0,25×4	<p>(أ) قانون الاحتمال:</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>P(X=x_i)</math></td> <td><math>\frac{5}{84}</math></td> <td><math>\frac{55}{84}</math></td> <td><math>\frac{24}{84}</math></td> </tr> </table> $E(X) = \frac{187}{84}$	$x_i$	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$																
	$x_i$	1	2	3																						
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$																							
	0,5	<p>(ب) <math>E(84X+1837) = 84 \times E(X) + 1837 = 2024</math></p>																								
0,5	0,5	$P(D) = \frac{4!(A_1^1 \times A_2^1 \times A_3^1 \times A_4^1)}{A_{10}^4} = \frac{4}{35}$																								
<b>التمرين الثاني (04 نقاط)</b>																										
2	1+1	<p>(أ)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>n =</math></td> <td><math>6k</math></td> <td><math>6k+1</math></td> <td><math>6k+2</math></td> <td><math>6k+3</math></td> <td><math>6k+4</math></td> <td><math>6k+5</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>3^n \equiv</math></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>[7]</td> </tr> <tr> <td><math>5^n \equiv</math></td> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>[7]</td> </tr> </table>	$n =$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$		$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]	$5^n \equiv$	1	5	4	6	2	3	[7]
		$n =$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$																		
$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]																			
$5^n \equiv$	1	5	4	6	2	3	[7]																			
	0,5	<p>(ب) <math>5^{1445} \equiv 3[7]</math> ومنه: <math>5^{1445} = 5^{6 \times 240 + 5}</math>  <math>3^{2024} \equiv 2[7]</math> ومنه: <math>3^{2024} = 3^{7 \times 337 + 2}</math>  <math>(5^{1445})^{2024} \equiv 2[7]</math>: نستنتج <math>3^{2024} \equiv 2[7]</math></p>																								
0,5	0,5	<p>لدينا: <math>61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 5^{6n+1} + 3^{6n+3} + 3[7]</math>  أي: <math>61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 5 + 6 + 3[7]</math>  ومنه: <math>61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 0[7]</math></p>																								
0,5	0,5	<p><math>3 + 1 + 2n \equiv 0[7]</math> معناه: <math>1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0[7]</math>  ومنه: <math>n \equiv 5[7]</math> وعليه فإن <math>n = 7\alpha + 5</math> حيث <math>\alpha</math> عدد طبيعي.</p>																								
0,5	0,5	<p><math>5^n + 2^n \equiv 0[7]</math> تكافئ <math>5^n + (-5)^n \equiv 0[7]</math> يعني <math>n</math> طبيعي فردي</p>																								
<b>التمرين الثالث (05 نقاط)</b>																										
0,75	0,25×3	<p>: <math>\mathbb{N}</math> من <math>n</math> كل <math>u_2 = \frac{66}{31}</math> ، <math>u_1 = \frac{6}{5}</math>  <math display="block">u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5+u_n}</math></p>																								
1,75	0,75+0,25	<p>(أ) برهان بالتراجع أنه من أجل كل <math>n \in \mathbb{N}</math> <math>0 \leq u_n &lt; 3</math></p>																								
	0,75	<p>(ب) من أجل كل <math>n \in \mathbb{N}</math> <math>u_{n+1} - u_n &gt; 0</math> ، ومنه: <math>(u_n)</math> متزايدة تماما.</p>																								

2	0,5×2	$v_n = -\frac{2}{3}\left(\frac{8}{3}\right)^n$ ، $v_{n+1} = \frac{8}{3}v_n$ (أ)	(3)										
	0,5×2	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{5}{v_n - 1}\right) = 3$ ، $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$ (ب)											
0,5	0,5	$S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$ $= -\frac{2}{3}(8^0 + 8^1 + \dots + 8^n) = \frac{2}{21}(1 - 8^{n+1})$	(4)										
التمرين الرابع (07 نقاط)													
0,5	0,5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	(I)		
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$										
$g(x)$	+	0	-										
0,5	0,25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(1 (II)										
1,5	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = -g(x) \times e^x$	(2)										
	0,25×2	(ب) $f$ متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$											
	0,5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>f(\alpha)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>		$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$										
1,25	0,5	(أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x)] = 0$	(3)										
0,75	(ب) لِمَا $x < -1$ أسفل $(C_f)$ $(\Delta)$ ولِمَا $x > -1$ أعلى $(C_f)$ $(\Delta)$ $(\Delta) \cap (C_f) = \{A(-1; 1)\}$												
0,75	0,5+0,25	(T) $f'(x) = -1$ تكافئ $x = -2$ ، $y = -x - \frac{1}{e^2}$ معادلة لـ (T)	(4)										
1,5	0,25×2		(أ) الرسم										
	0,5	رسم $(\Delta)$ و $(T)$	(5)										
	0,5	رسم $(C_f)$											
	0,5	(ب) للمعادلة $f(x) = -x - e^m$ حلان مختلفان لِمَا $m \in ]-\infty; -2[$											
1	0,5	(أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة، نجد: $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$	(6)										
	0,5	(ب) $\int_{-1}^0 (f(x) + x) dx = \frac{1}{e}$ ومنه: $A = \frac{4}{e} \text{ cm}^2$											

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
<b>التمرين الأول (04 نقاط)</b>												
2	0,75×2 0,5	$P(B) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30} \quad , \quad P(A) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$ $P(C) = 1 - \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{8}{15} \quad \text{أو} \quad P(C) = \frac{C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1}{C_{10}^3} = \frac{8}{15}$										
2	0,25×4 0,5	<p>(أ) قانون احتمال <math>X</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>P(X = x_i)</math></td> <td><math>\frac{20}{120}</math></td> <td><math>\frac{60}{120}</math></td> <td><math>\frac{36}{120}</math></td> <td><math>\frac{4}{120}</math></td> </tr> </table> <p>(ب) الأمل الرياضي: <math>E(X) = \frac{6}{5}</math></p>	$x_i$	0	1	2	3	$P(X = x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$
$x_i$	0	1	2	3								
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$								
	0,5	(ب) $P(X^2 > e) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{1}{3}$										
<p>ملاحظة: نقبل الإجابات في حالة إذا اعتبر التلميذ الحصول على ثلاث كريات تحمل الرقم 2 تعني عددا أوليا واحدا وأن الحصول على كرتين تحملان الرقم 2 وكرية تحمل الرقم 3 تعني عددين أوليين.</p>												
<b>التمرين الثاني (04 نقاط)</b>												
1,5	0,5 1	<p>(أ) <math>PGCD(3179; 1156) = 289</math></p> <p>(ب) مجموعة حلول <math>(E)</math> هي: <math>\{(4k+3; 11k+7), k \in \mathbb{Z}\}</math></p>										
1,25	0,5 0,75	<p>(أ) <math>d</math> يقسم كلا من <math>x</math> ، <math>y</math> فهو يقسم <math>(11x - 4y)</math> أي: <math>d</math> يقسم 5 ومنه: القيم الممكنة للعدد <math>d</math> هي: 1 ، 5</p> <p>(ب) بوضع: <math>x = 5x'</math> و <math>y = 5y'</math> مع <math>PGCD(x'; y') = 1</math> نجد: (E) تكافئ <math>11x' - 4y' = 1</math> أي: <math>(x', y') = (4k'+3; 11k'+8), k' \in \mathbb{Z}</math> وبالتالي: <math>(x, y) = (20k'+15; 55k'+40), k' \in \mathbb{Z}</math></p>										
1,25	0,5 0,5 0,25	<p>(أ) بوضع: <math>a = 5a'</math> و <math>b = 5b'</math> مع <math>PGCD(a'; b') = 1</math> نجد: <math>ab = 600</math> تكافئ <math>a'b' = 24</math> أي: <math>(a', b') \in \{(1; 24), (3; 8), (8; 3), (24; 1)\}</math> وبالتالي: <math>(a, b) \in \{(5; 120), (15; 40), (40; 15), (120; 5)\}</math></p> <p>(ب) الثنائية الوحيدة <math>(a; b)</math> حل المعادلة (E) حيث: <math>ab = 600</math> هي (15; 40)</p>										

التمرين الثالث ( 05 نقاط )													
1,25	0,5 0,25 0,5	$f'(x) = \frac{4}{(x+2)^2}$ ، من أجل كل $x$ من $[2; 3]$ ، ومنه: $f$ متزايدة تماما على $[2; 3]$ وبالتالي: من أجل كل $x$ من $[2; 3]$ ، $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$	(I)										
1	0,75+0,25	برهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ : $2 < u_n \leq 3$	(1(II)										
2,25	0,5	التحقق من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ، من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ : $u_{n+1} - u_n < 0$ ، ومنه : $(u_n)$ متناقصة تماما.	(2)										
	0,25+0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - 2 - \frac{1}{4}(u_n - 2) = \frac{-(u_n - 2)^2}{4(u_n + 2)}$ ، ومنه: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$ ،	(3)										
	0,75 0,25	(ب) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، لدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$											
0,5	0,5	(من 3) ب)، لدينا: $u_n \leq 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، إذن: $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq (2 + 2 + \dots + 2) + \left(1 + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$ ، أي: $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$	(4)										
التمرين الرابع ( 07 نقاط )													
1	1	$g$ مستمرة و متزايدة تماما على $[-0,45; -0,44]$ و $g(-0,44) \times g(-0,45) < 0$ ، ومنه: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $-0,45 < \alpha < -0,44$	(1(I)										
0,5	0,5	$g(x) < 0$ على $]-2; \alpha[$ و $g(x) > 0$ على $]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	(2)										
0,5	0,25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$	(1(II)										
1,5	0,75	(أ) من أجل كل $x$ من $]-2; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$ ،	(2)										
	0,5 0,25	(ب) الدالة $f$ متناقصة تماما على $]-2; \alpha[$ و متزايدة تماما على $]\alpha; +\infty[$ ، جدول التغيرات: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>f(\alpha)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>		$x$	$-2$	$\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$+\infty$
$x$	$-2$	$\alpha$	$+\infty$										
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$										

	0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - h(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2} \right) = 0 \quad (\text{أ})$ <p>ومنه: <math>(c_h)</math> منحن مقارب لـ <math>(c_f)</math> عند <math>+\infty</math></p>	(3)
1,25	0,75	<p>(ب) لدينا: <math>f(x) - h(x) = \frac{1 - \ln(x+2)}{x+2}</math> ومنه:</p> <p><math>(c_f)</math> أعلى <math>(c_h)</math> على <math>]-2; e-2[</math> وأسفل <math>(c_h)</math> على <math>]e-2; +\infty[</math></p> <p>ويقطعه في النقطة <math>A(e-2; 0)</math></p>	
	0,5	 <p>(أ) الرسم.</p>	(4)
1,25	0,75	<p>(ب) لَمَّا <math>m &lt; f(\alpha)</math> لا يوجد حلول.</p> <p>ولمَّا <math>m = f(\alpha)</math> للمعادلة حل واحد <math>\alpha</math></p> <p>ولمَّا <math>m &gt; f(\alpha)</math> للمعادلة حلان مختلفان.</p>	
	0,5	$\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \left[ \frac{1}{2} \ln^2(x+2) \right]_{-1}^{e-2} = \frac{1}{2}$	(5)
1	0,5	$A = 4 \int_{-1}^{e-2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2} \right) dx$ $= 4 \left[ \ln(x+2) \right]_{-1}^{e-2} - 4 \left[ \frac{1}{2} \ln^2(x+2) \right]_{-1}^{e-2} = 2cm^2$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيّد بسلم التنقيط.