

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقط :  $A(1;1;4)$  ،  $B(0;3;1)$

و  $C\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; 5\right)$  و المستوي  $(P)$  الذي  $x-2y+z-3=0$  معادلة له و المستقيم  $(\Delta)$  الذي

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=4-3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة ، حددها مع التعليل.

الإجابة جـ)	الإجابة بـ)	الإجابة أـ)	
(AC)	(AB)	(Δ)	المستوي (P) يحوي المستقيم
متطابقان	متقاطعان	متوازيان تماما	المستويان (P) و (ABC)
C	B	A	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة
ليسا من نفس المستوي	متوازيان	متقاطعان	المستقيمان (Δ) و (AC)
مجموعة خالية	سطح كرة	مستوي	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2 - 9CM^2 = 0$ هي

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $9z^2 - 6\sqrt{3}z + 4 = 0$ .
- (2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقطتين  $A$  و  $B$  لاحقتاهما على الترتيب:

$$\cdot z_B = \overline{z_A} \quad \text{و} \quad z_A = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$$

أ- اكتب كلاً من  $z_A$  و  $z_B$  على الشكل الأسّي.

$$\cdot \text{ب- بيّن أنّ: } \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437} = 0$$

ج- عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$  عدداً حقيقياً.

- (3)  $f$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  لاحقتها  $z'$  حيث:  $z' = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ .

أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي  $f$  و عناصره المميزة.

ب- احسب  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $A$  بالتحويل  $f$ .

ج- عيّن  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  حتى تكون  $O$  مركز ثقل الرباعي  $ABCD$ .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المعادلة  $(E)$  ذات المجهول  $(x; y)$ :  $6x - 7y = 19$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان صحيحان.

(1) جد الحل الخاص  $(x_0; y_0)$  للمعادلة  $(E)$  بحيث  $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة  $(E)$ .

(2) استنتج قيم العدد الصحيح  $\lambda$  و التي تُحقّق:  $\begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$ ، ثم عيّن باقي قسمة العدد  $\lambda$  على 42.

(3) عيّن جميع الثنائيات  $(x; y)$  حلول المعادلة  $(E)$  حيث:  $|x + y - 1| \leq 13$ .

(4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7.

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تُحقّق الجملة:  $\begin{cases} n - 5^n \equiv 2020[7] \\ n \equiv 1437[6] \end{cases}$ .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$ .

(1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ .

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $g$  على المجال  $]-1; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(2) أ- بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $0,4 < \alpha < 0,5$ .

ب- استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  وفسّر النتيجة هندسيا ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2) أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $f$  على المجال  $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب- بيّن أنّ:  $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$  ثم أعط حصرًا لـ  $f(\alpha)$ . (تُدوّر النتائج إلى  $10^{-2}$ ).

(3) ليكن  $a$  عدد حقيقي من المجال  $]-1; +\infty[$ ، نسمي  $(T_a)$  مماس المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  عند النقطة ذات الفاصلة  $a$ .

نضع من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-1; +\infty[$ :  $h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$ .

أ- تحقّق أنّه من أجل كل  $x$  من  $]-1; +\infty[$ :  $h'(x) = f'(x) - f'(a)$ .

ب- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة  $g$ ، عيّن إشارة  $h'(x)$  حسب قيم  $x$  واستنتج اتجاه تغيّر  $h$  على  $]-1; +\infty[$ .

ج- حدّد الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(T_a)$ .

(4) أ- بيّن أنّه يوجد مماسان  $(T_a)$  يشمّلان النقطة  $A(1;0)$  يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى  $(C)$ .

(5) نعتبر الدالة  $H$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$ : ب-  $H(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3)\ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$ .

أ- بيّن أنّ الدالة  $H$  دالة أصلية للدالة  $(x-1)\ln(x+1)$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى  $(C)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:  $x=1$ ،  $y=0$  و  $x=2$ .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

### التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $[1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$



$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (الشكل المقابل).

(1) بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[1; +\infty[$ .

(2) لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:

$u_0 = 6$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

أ- انقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى

للمتتالية  $(u_n)$  على حامل محور الفواصل (دون حسابها) مؤضحا خطوط الإنشاء.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

ج- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1 \leq u_n \leq 6$ .

د- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

هـ- برّر تقارب المتتالية  $(u_n)$ .

(3) نعتبر المتتاليتين العدديتين  $(v_n)$  و  $(w_n)$  المعرّفتين على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$  و  $w_n = \ln(v_n)$ .

أ- برهن أن  $(w_n)$  متتالية هندسية أساسها 2، يطلب تعيين حدّها الأول.

ب- اكتب  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ج- بين أن:  $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع التالي:  $S_n = \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_1} + \dots + \frac{1}{w_n}$ .

### التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  الآتية:

$$(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4)(2z - \sqrt{2}) = 0$$

(2) اكتب الحلول على الشكل الأسّي.

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . نعتبر النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  من المستوي التي لواحقتها على الترتيب:  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ،  $b = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$  و  $c = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ .

(1) علم النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  في المعلم السابق.

(2) نعتبر النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالتشابه  $S$  الذي مركزه  $A$  و نسبته 3 و زاويته  $\pi$  و النقطة  $E$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  و زاويته  $-\frac{\pi}{2}$ .

- احسب اللاحقتين  $d$  و  $e$  للنقطتين  $D$  و  $E$  على الترتيب.

(III) نضع:  $z = \frac{d-b}{e-b}$ .

(1) اكتب العدد المركب  $z$  على الشكل المثلي.

(2) نعتبر النقطة  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[DE]$ ،  $F$  نظيرة النقطة  $B$  بالنسبة إلى النقطة  $I$ .

ما طبيعة الرباعي  $BDFE$ ؟

#### التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  حيث:

$A(3; -2; 2)$ ،  $B(6; 1; 5)$ ،  $C(6; -2; -1)$  و  $D(0; 1; 1)$ .

(1) بين أن  $ABC$  مثلث قائم في  $A$ .

(2) اكتب معادلة للمستوي  $(P)$  الذي يشمل  $A$  و العمودي على  $(AB)$ .

(3) ليكن  $(P')$  المستوي حيث:  $x - z - 1 = 0$ ، معادلة له.

أ- هل المستويان  $(P)$  و  $(P')$  متعامدان؟ برر إجابتك.

ب- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{u}(1; -2; 1)$  شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(P')$ .

(4) لتكن النقطة  $H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$  من الفضاء.

أ- بين أن  $H$  هي المسقط العمودي لـ  $D$  على  $(\Delta)$ .

ب- احسب المسافة بين  $D$  و  $(\Delta)$ .

(5) أ- بين أن النقطة  $E(0; 4; -1)$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

ب- احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCE$ .

#### التمرين الرابع: (5, 06 نقطة)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x - x \ln x$ .

(1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ .

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = -1$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $3,5 < \alpha < 3,6$ .

(3) استنتج إشارة العبارة  $g(x) + 1$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$ .

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث:  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 4cm$ .

(1) بيّن أنّ ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما  $x = 0$  و  $y = 0$ .

(2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$ .

ب- بيّن أنّ الدالة  $f$  متزايدة تماماً على المجال  $]0; \alpha[$  و متناقصة تماماً على  $[\alpha; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج- اكتب معادلة للمماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسياً.

(3) أ- بيّن أنّ:  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ .

ب- استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$  (تُدوّر النتائج إلى  $10^{-2}$ ).

ج- ارسم ( $C_f$ ).

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماماً  $x$  و  $m$  وسيط حقيقي:

$$(E) \quad x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots$$

أ- تحقّق أنّ المعادلة ( $E$ ) يؤوّل حلها إلى حل المعادلة:  $f(x) = \frac{1}{2}x - m$ .

ب- عيّن بيانياً قيم  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة ( $E$ ) حلّين متمايزين.

(5)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$  و ( $C_h$ ) منحناها البياني في المستوي.

أ- بيّن أنّ الدالة  $h$  زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى ( $C_h$ ) مستعينا بالمنحنى ( $C_f$ ).

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04		<b>التمرين الأول: (04 نقطة)</b>
	0,50	(1) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح (ج) لأن كل من النقطتين $A$ و $C$ تنتميان إلى $(P)$ .
	0,75	(2) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح (ب) لأن الشعاع الناطمي $n(1;-2;1) \perp (P)$ لا يُعتمد $\vec{AB}(-1;2;-3)$ .
	0,75	(3) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح (ب) لأن $B \in (\Delta)$ و $OB(0;3;1)$ يُعتمد $\vec{u}(-1;1;3)$ شعاع توجيه $(\Delta)$ .
	01	(4) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح (أ) لأن $C$ نقطة مشتركة بين $(AC)$ و $(\Delta)$ بينما $A \notin (\Delta)$ (أو بأي طريقة أخرى).
01	(5) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح (ب) لأن العلاقة $BM^2 - 9CM^2 = 0$ تكافئ $(\vec{BM} - 3\vec{CM})(\vec{BM} + 3\vec{CM}) = 0$ أي: $\vec{GM} \cdot \vec{HM} = 0$ حيث $G$ مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-3)\}$ و $H$ مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$ إذن مجموعة النقط هي سطح الكرة التي قطرها $[GH]$ .	
04		<b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b>
	0,50	(1) حلا المعادلة هما: $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$ و $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3}i$
	0,50	(2) أ) الشكل الأسّي $z_A = \frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B = \frac{2}{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ .
	0,75	ب) لدينا $\frac{z_A}{z_B} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $e^{i2\pi(336)} + e^{i(2\pi(239)+\pi)} = 1 - 1 = 0$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437} = 0$
	0,50	ج) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{3}}$ يكون حقيقيا إذا كان $\frac{n\pi}{3} = k\pi$ ومنه $n = 3k$ ; $k \in \mathbb{N}$ .
	0,75	(3) أ) $z' = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ تكافئ $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ومنه $f$ دوران مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$
	0,50	ب) $f(A) = C$ ومنه $z_C = \frac{2}{3}i$ .
0,50	ج) لدينا: $z_A + z_B + z_C + z_D = 0$ ومنه $z_D = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - i\frac{2}{3}$ .	
03		<b>التمرين الثالث: (05 نقاط)</b>
	0,50	(1) الحل الخاص هو: $(x_0; y_0) = (-19; -19)$ .
	0,75	مجموعة حلول المعادلة $(E)$ هي: $(x; y) = (7k - 19; 6k - 19); k \in \mathbb{Z}$ .
	0,75	(2) الجملة $(\lambda \in \mathbb{Z})$ $\begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$ تكافئ المعادلة $(E)$ . ومنه
	0,25	$\lambda = 6x + 5 = 6(7k - 19) + 5 = 42k - 109; k \in \mathbb{Z}$ ، باقي قسمة $\lambda$ على 42 هو 17
0,75	(3) $ x + y - 1  \leq 13$ تكافئ $2 \leq k \leq 4$ و $k \in \mathbb{Z}$ ومنه $(x; y) \in \{(-5; -7), (2; -1), (9; 5)\}$	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
02	01	4 أ) لدينا: $5^{6k+\alpha} \equiv 5^\alpha [7]$ حيث $\alpha \in \{0,1,2,3,4,5\}$ و $k$ عدد طبيعي ومنه مجموعة البواقي هي: $\{1,5,4,6,2,3\}$ .
	01	ب) $\begin{cases} n-5^n \equiv 2020 [7] \\ n \equiv 1437 [6] \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} n-6 \equiv 4 [7] \\ n \equiv 6k+3 \end{cases}; k \in \mathbb{N}$ ومنه $\begin{cases} n=6k+3 \\ n=7q+3 \end{cases}$ ومنه $n=42m+3; m \in \mathbb{N}$ .
07		<b>التمرين الرابع: (07 نقاط)</b>
	0,50	1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -\infty$ .
	0,75 0,25	ب) $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1}$ إذن $g$ متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ . جدول التغيرات
	0,50	2 أ) $g$ مستمرة ورتبية تماما على $[0,4; 0,5]$ ولدينا $g(0,4) = -0,09$ و $g(0,5) = 0,07$ ومنه المعادلة تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$ .
	0,25	ب) إشارة $g(x)$
	0,50	1 II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ .
	0,50	2 أ) $f$ تقبل الاشتقاق على $]-1; +\infty[$ و $f'(x) = g(x)$ إذن $f$ متناقصة تماما على $]-1; \alpha[$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ .
	0,25	جدول التغيرات
	0,25 × 2	ب) $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ و الحصر لـ $f(\alpha)$ .
	0,25	3 أ) التحقق أنه من أجل كل $x$ من $]-1; +\infty[$ فإن $h'(x) = f'(x) - f'(a)$ .
	0,50	ب) $h'(x) = f'(x) - f'(a) = g(x) - g(a)$ و $h'(x) = 0$ يعني $x = a$ و بما أن $g$ متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ فإن: $h'(x) > 0$ على المجال $]a; +\infty[$ و $h'(x) < 0$ على المجال $]-1; a[$ .
	0,25	ج) من أجل كل $x$ من $]-1; +\infty[$ فإن $f(x) - y = h(x)$ و $h(a) = 0$ ومنه $h(x) \geq 0$ وهذا يعني $(C)$ يقع فوق المماس $(T_a)$ .
	0,75	4 أ) $(T_a)$ تشمل النقطة $A(1;0)$ يعني $-a^2 + 3a = 0$ ومنه $a = 0$ أو $a = 3$ . معادلتيهما: $(T_0): y = -x + 1$ و $(T_3): y = \left(\frac{1}{2} + \ln 4\right)(x-1)$ .
	0,75	ب) رسم المماسين $(T_0)$ و $(T_3)$ و المنحني $(C)$ .
0,25	5 أ) $H'(x) = (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1; +\infty[$ .	
0,25	ب) $A \approx 1,48u.a$ أي $A = \left(\int_1^2 f(x)dx\right)u.a = \left(-\frac{3}{2}\ln 3 + 2\ln 2 + \frac{7}{4}\right)u.a$	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,50	(1) اتجاه تغير الدالة $f$ : $f'(x) = \frac{2x^2 - 2x}{(2x-1)^2}$
	0,25	الدالة $f$ متزايدة تماما على $[1; +\infty[$ .
	0,50	(2) أ) تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$ على محور الفواصل.
	0,50	ب) المتتالية $(u_n)$ يبدو أنها متناقصة تماما و متقاربة.
	0,50	ج) برهان من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \leq u_n \leq 6$
	0,50	د) المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ .
	0,25	هـ) $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة إلى العدد 1.
	0,25	(3) أ) $(w_n)$ متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $w_0 = \ln \frac{5}{6}$ .
	0,25	ب) $w_n = w_0 2^n$ ومنه $w_n = 2^n \ln \frac{5}{6}$ .
0,25	$w_n = \ln(v_n)$ نجد $v_n = e^{w_n}$ أي $v_n = \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$ .	
0,50	ج) $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1 \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n} = 0$	
0,25		
0,50	(4) أي $S_n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^1 + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \dots + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$	
0,50	$S_n = (n+1) - \left(\frac{5}{6}\right) \times \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2}}{11}$ و منه $S_n = n + \frac{30}{11} \left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2} - \frac{19}{11}$	
03,75		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
	01	(I) $S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2} - \sqrt{2}i; \sqrt{2} + \sqrt{2}i \right\}$
	0,75	(2) $z = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{0i}$ و $z = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$
	0,50	(II) تعليم النقط.
	0,50 × 2	(2) $e = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ ، $d = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$
0,50	(III) $z = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$	

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )
مجموع	مجزأة	
0,75	0,75	(2) الرباعي $BDFE$ مربع.
04		<b>التمرين الثالث: ( 04 نقاط )</b>
	0,50	(1) $ABC$ مثلث قائم في $A$ .
	0,50	(2) $(P): x + y + z - 3 = 0$ .
	0,50	(3) أ) دراسة تعامد $(P)$ و $(P')$ : $n_{(P)}(1;1;1)$ ناظمي $\perp (P)$ . ب) $n_{(P)}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي $\perp (P')$ : $n_{(P)}.n_{(P')} = 0$ .
	0,75	(ب) تبيان أن المستقيم $(\Delta)$ هو مستقيم تقاطع $(P)$ و $(P')$ . (تقبل كل الطرق).
	0,50	(4) أ) $H$ هي المسقط العمودي لـ $D$ على $(\Delta)$ معناه $H \in (\Delta)$ و $HD \perp \vec{V}$
	0,50	(ب) $d(D;(\Delta)) = HD = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$
	0,25	(5) أ) $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$
0,50	(ب) $V_{ABCE} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times AC \times EA = 27u.v$	
05,5		<b>التمرين الرابع: ( 06,5 نقطة )</b>
	0,50	(I) (1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$
	0,75	(ب) $g'(x) = -\ln x$ و إشارة $g'(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير $g$ . تشكيل جدول التغيرات
	0,50	(2) تبيان المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $3,5 < \alpha < 3,6$
	0,25	(3) إشارة $g(x) + 1$ على $]0; +\infty[$ .
	0,25	(II) (1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ نستنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $x = 0$ .
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ نستنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$ .
	0,50	(2) أ) برهان أن: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$
	0,25	(ب) الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$ و متناقصة تماما على المجال $]\alpha; +\infty[$
	0,25	جدول التغيرات
	0,50	(ج) $(T): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
0,50	(د) $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = 0$ ، المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ يقبل مماسا أفقيا معادلته: $y = f(\alpha)$ عند النقطة ذات الفاصلة $\alpha$ .	
0,25	(3) أ) تبيان أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$	
0,25	(ب) $0,28 < f(\alpha) < 0,29$ .	
0,50	(ج) الرسم.	

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )
مجموع	مجزأة	
01	0,25	4 أ) التحقق من أن $(E)$ يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x - m$
	0,25	ب) المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه $-m < -\frac{1}{2}$ أي $m \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ .
	0,25	5 أ) تبيان أن الدالة $h$ زوجية.
	0,25	ب) الرسم.