



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي

دورة: 2021

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بدورها الأول u_0 حيث: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + 1$

(1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$

ب. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = \frac{1}{3}u_n - \frac{3}{2}$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثم احسب حدّها الأول.

ب. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

ج. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \dots + \frac{1}{3}u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

(1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a = 3n + 2$ ، $b = 5n + 1$ و نضع: $d = \text{PGCD}(a; b)$

مجموعة القيم الممكنة لـ d هي: (أ) $\{1; 3\}$ (ب) $\{1; 7\}$ (ج) $\{1; 5\}$

(2) نضع: $A(\alpha) = \ln(e^{3\alpha} + e^\alpha) + \ln(e^{4\alpha} + e^{2\alpha}) + \ln(e^{5\alpha} + e^{3\alpha})$ ، حيث α عدد حقيقي.

من أجل كل عدد حقيقي α العبارة المبسطة لـ $A(\alpha)$ هي:

(أ) $6\alpha + \ln(e^{2\alpha} + 1)$ (ب) $6 + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$ (ج) $6\alpha + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$

(3) حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 4$ الذي يحقق $y(0) = 2021$ هو الدالة h المعرفة على \mathbb{R} ب:

(أ) $h(x) = 2019e^{-2x} + 2$ (ب) $h(x) = 2019e^{2x} + 2$ (ج) $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$

(4) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \ln(n+2) - \ln(n+1)$

من أجل كل عدد طبيعي n ، المجموع $v_0 + v_1 + \dots + v_n$ يساوي:

(أ) $-\ln(n+1)$ (ب) $\ln(n+2)$ (ج) $1 - \ln(n+1)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9

(2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9

(3) بيّن أنّ العدد $2021^{1442} + 1691^{1954} - 8$ مضاعف للعدد 9

(4) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443$ مضاعف للعدد 9

(5) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2021^{1442} + 1691^{1954} + 5n$

عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $A_n \equiv 0[9]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرّفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$

(1) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$

(2) أ . بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1,71 < \alpha < 1,72$

ب . استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرّفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + (-x^2 - 2x + 3)e^{1-x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)e^{1-x}$

ب . استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$

ج . بيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثمّ ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

(3) بيّن أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في نقطة A يُطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب كتابة معادلة (T))

(4) أ . بين أنّ (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1 + \sqrt{6})$

ب . ارسم (Δ) ، (T) و (C) (نأخذ: $f(\alpha) \approx 1,1$ ، $f(\sqrt{5}) \approx 1,4$ و $f(1 + \sqrt{6}) \approx 3,1$)

(5) الدالة العددية h معرّفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $h(x) = -x + 1 + (-x^2 + 2x + 3)e^{1+x}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0]$: $h(x) = f(-x)$

ب . اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقاً من (C) ثمّ ارسمه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة: $(E) \dots 13x - 9y = 1$ ، ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان.

(1) أ . تَحَقِّقْ أَنَّهُ إِذَا كَانَتْ الثَّنَائِيَّة $(x; y)$ حَلًّا لِلْمَعَادِلَةِ (E) فَإِنَّ: $x \equiv 7[9]$

ب. استنتج حلول المعادلة (E)

(2) أ . ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

ب. نضع: $A_n = 3^{4n} + 3^{4n+1} + 3^{4n+2} - 3$ حيث n عدد طبيعي.

بَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ طَبِيعِي n ، A_n يَقْبَلُ الْقِسْمَةَ عَلَى 5

(3) بفرض أَنَّ $(x; y)$ حَلٌّ لِلْمَعَادِلَةِ (E) حيث x و y عدنان طبيعيان.

عَيِّنْ قِيمَ الْعَدَدِ الطَّبِيعِيِّ n حَتَّى يَقْبَلُ الْعَدَدُ $n + 3^{y-x} + 2023^{2022}$ الْقِسْمَةَ عَلَى 5

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عَيِّنْهُ مَعَ التَّبْرِيرِ.

الإجابة (ج)	الإجابة (ب)	الإجابة (أ)	السؤال
فردية.	لا زوجية ولا فردية.	زوجية.	(1) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 3x + \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ هي دالة:
$a = 0$	$a = -1$	$a = 1$	(2) الدالة العددية g معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{(x-1)e^x - x + 1}{e^x + 1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم. تكون: $y = x + a$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) من أجل:
$\alpha = 4$	$\alpha = 5$	$\alpha = 6$	(3) العدد الطبيعي N يُكْتَبُ $\overline{3745}$ في نظام تعداد أساسه 8 ويكتب $\overline{5\alpha 15}$ في نظام تعداد أساسه 7 من أجل:
$\ln(1 + \sqrt{5})$	0	$\ln(\sqrt{5} - 1)$	(4) β عدد حقيقي، تكون الأعداد: $e^\beta + 1$ ، $e^\beta + 2$ ، $2e^\beta$ بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية من أجل β يساوي:

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 3 + e^{-2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n^2 - 6u_n + 12$

(1) أ . تَحَقِّقْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ طَبِيعِي n ، $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$

ب. برهن بالتراجع أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ طَبِيعِي n ، $3 < u_n < 4$

(2) أ . ادرس اتجاه تَعْيِيرِ المتتالية (u_n)

ب. استنتج أَنَّ (u_n) متقاربة.

- (3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = \ln(u_n - 3)$
 أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأوّل.
 ب. اكتب بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$
 ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 (4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$
 احسب P_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = 2 \ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$

(2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,89 < \alpha < 1,90$

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنّه من أجل كلّ x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]\frac{1}{\alpha}; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}[$

ج. شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$ ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.

ب. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ)

(4) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A

(5) ارسم (T)، (Δ) و (C) (نأخذ: $\frac{1}{\alpha} \approx 0,53$ و $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx 0,73$)

(6) الدالة h معرفة على \mathbb{R}^* ب: $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = -f(x)$

ج. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

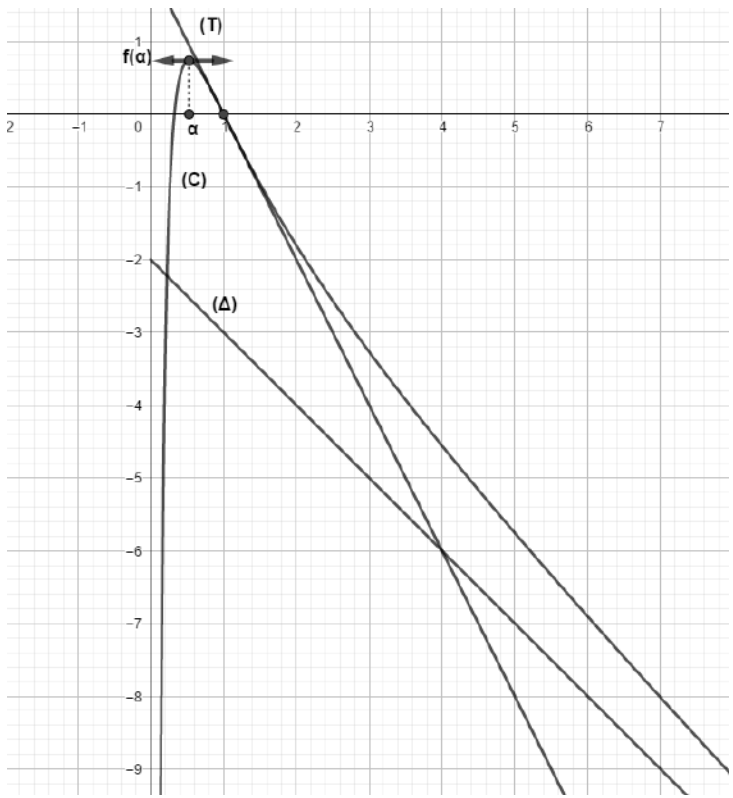
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)													
مجموعة	مجزأة														
التمرين الأول: (04 نقاط)															
1,50	0,50+25	1 أ. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$													
	0,50 0,25	ب. تبيان أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما، (u_n) متقاربة.													
01,75	0,25+0,50	2 أ. (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ، حدّها الأول: $v_0 = -\frac{1}{2}$													
	0,50	ب. $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n$													
	2x0,25	ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{9}{2}$ و $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$													
0,75	0,50	$S_n = (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2}\right)$													
	0,25	$= \frac{9}{4}\left[\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1} - 1\right] + \frac{3}{2}(n+1)$ (3)													
التمرين الثاني: (04 نقاط)															
01,00	0,50x2	1 (الجواب الصحيح هو: ب) ، التبرير.													
01,00	0,50x2	2 (الجواب الصحيح هو: ج) ، التبرير.													
01,00	0,50x2	3 (الجواب الصحيح هو: أ) ، التبرير.													
01,00	0,50x2	4 (الجواب الصحيح هو: ب) ، التبرير.													
التمرين الثالث: (05 نقاط)															
01,75	0,75	1 بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9 $5^5 \equiv 2[9]$ ، $5^4 \equiv 4[9]$ ، $5^3 \equiv 8[9]$ ، $5^2 \equiv 7[9]$ ، $5^1 \equiv 5[9]$ ، $5^0 \equiv 1[9]$ و $5^6 \equiv 1[9]$ التمميم:													
	01	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$n(k \in \mathbb{N})$</td> <td>$6k$</td> <td>$6k+1$</td> <td>$6k+2$</td> <td>$6k+3$</td> <td>$6k+4$</td> <td>$6k+5$</td> </tr> <tr> <td>الباقى</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </table>	$n(k \in \mathbb{N})$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	الباقى	1	5	7	8	4
$n(k \in \mathbb{N})$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$									
الباقى	1	5	7	8	4	2									
0,75	0,75	2 باقى القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9 هو 7													
0,75	0,75	3 $2021^{1442} + 1691^{1954} - 8$ مضاعف للعدد 9													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
مجموعة	مجزأة												
01,00	01,00	(4) $5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443$ مضاعف لـ 9											
0,75	0,25x3	(5) $A_n \equiv 0[9]$ معناه: $8 + 5n \equiv 0[9]$ أي: $n \equiv 2[9]$ قيم العدد n هي الأعداد الطبيعية من الشكل: $9k + 2; k \in \mathbb{N}$											
التمرين الرابع: (07 نقاط)													
0,50	0,50	(I) (1) g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$:											
01,00	0,75	(2) أ. g مستمرة و متزايدة تماما على $[1,71; 1,72]$ $g(1,71) \simeq -0,0419$ و $g(1,72) \simeq 0,0128$											
	0,25	ب. إشارة $g(x)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+			
x	0	α	$+\infty$										
$g(x)$	-	0	+										
01,50	0,50	(II) (1) أ. $f'(x) = g(x)e^{1-x}$											
	0,25	ب. f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ و متناقصة تماما على $[0; \alpha]$											
	0,50	ج. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ جدول تغيرات الدالة f <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$1+3e$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$1+3e$	$f(\alpha)$
x	0	α	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$1+3e$	$f(\alpha)$	$+\infty$										
01,00	0,25	(2) المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C)											
	0,25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x) - y$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$f(x) - y$	+	0	-			
	x	0	1	$+\infty$									
$f(x) - y$	+	0	-										
0,50	على المجال $[0; 1[$ يكون (C) أعلى (Δ) و على المجال $[1; +\infty[$ يكون (C) أسفل (Δ) و متقاطعان في النقطة ذات الإحداثيين $(1; 2)$												
0,50	0,50	(3) (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) $f'(x) = 1$ تعني: $x = \sqrt{5}$											

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموعة	مجزأة									
01,75	0,25x3	<p>4 أ . (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1 + \sqrt{6})$</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$1 + \sqrt{6}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>$f''(x) = (-x^2 + 2x + 5)e^{1-x}$</p> <p>و $f''(x)$ تتعدم عند $(1 + \sqrt{6})$ مغيرة إشارتها</p>	x	0	$1 + \sqrt{6}$	$+\infty$	$f''(x)$	+	0	-
	x	0	$1 + \sqrt{6}$	$+\infty$						
$f''(x)$	+	0	-							
0,25x2	0,50	<p>ب. رسم (T) ، (Δ)</p> <p>رسم (C)</p>								
0,75	0,25	<p>5 أ . التَحَقَّق أَنَّهُ على المجال $]-\infty; 0]$: $h(x) = f(-x)$</p>								
	0,25	<p>ب. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C)</p> <p>رسم (C_h)</p>								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموعة	مجزأة											
التمرين الأول: (04 نقاط)												
01,50	0,75	1 أ . التَحَقَّق أَنَّهُ إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلاً للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 7[9]$										
	0,75	ب. الحلول هي الثنائيات $(x; y)$ حيث: $(x; y) = (9k + 7; 13k + 10)$ ، $k \in \mathbb{Z}$										
01,75	0,50	2 أ . بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 $3^0 \equiv 1[5]$ ، $3^1 \equiv 3[5]$ ، $3^2 \equiv 4[5]$ ، $3^3 \equiv 2[5]$ ، $3^4 \equiv 1[5]$										
	0,75	التعميم: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$n(p \in \mathbb{N})$</td> <td>$4p$</td> <td>$4p+1$</td> <td>$4p+2$</td> <td>$4p+3$</td> </tr> <tr> <td>الباقي</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </table>	$n(p \in \mathbb{N})$	$4p$	$4p+1$	$4p+2$	$4p+3$	الباقي	1	3	4	2
	$n(p \in \mathbb{N})$	$4p$	$4p+1$	$4p+2$	$4p+3$							
الباقي	1	3	4	2								
0,50	ب. A_n يقبل القسمة على 5											
0,75	0.25x3	3 تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل $n + 3^{y-x} + 2023^{2022}$ القسمة على 5 $n + 3^{y-x} + 2023^{2022} = n + 3^{4k+3} + 2023^{2022}$ حيث $k \in \mathbb{N}$ $n + 2 + 4 \equiv 0[5]$ $\alpha \in \mathbb{N}$ ، $n = 5\alpha + 4$										
التمرين الثاني: (04 نقاط)												
01,00	0,50x2	1 (الجواب الصحيح هو: ج) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	2 (الجواب الصحيح هو: ب) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	3 (الجواب الصحيح هو: أ) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	4 (الجواب الصحيح هو: ج) ، التبرير.										
التمرين الثالث: (05 نقاط)												
01,00	0,25	1 أ . $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$										
	0,50+0,25	ب. البرهان بالتراجع : $3 < u_n < 4$										
01,25	0,50x2	2 أ . $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 4)$										
	0,25	ب. (u_n) متناقصة تماماً (u_n) متقاربة.										

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)															
مجموعة	مجزأة																
02,00	0,75	3 أ. (v_n) هندسية أساسها 2															
	0,25	$v_0 = -2$															
	0,25	ب. $v_n = -2^{n+1}$															
	0,50	$u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$															
	0,25	ج. نجد: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$															
0,75	0,50	4 $P_n = e^{(v_0+v_1+\dots+v_n)}$															
	0,25	$P_n = e^{-2(2^{n+1}-1)}$															
التمرين الرابع: (07 نقاط)																	
0,50	0,50	1 (I) g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$															
0,75	0,50	2 أ. g مستمرة و متزايدة تماما على $[1,89; 1,90]$ و $g(1,89) \approx -0,0068$ و $g(1,90) \approx 0,0067$															
	0,25	ب. إشارة $g(x)$															
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$		-	+							
x	0	α	$+\infty$														
$g(x)$		-	+														
0,75	0,25x2	1 (II) أ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$															
	0,25	ب. نجد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$															
01,25	0,25x2	2 أ. تبيان: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$															
	0,25	ب.															
	0,25	جدول تغيرات الدالة f :															
	0,25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$1/\alpha$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$f(1/\alpha)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	0	$1/\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$		$f(1/\alpha)$			$-\infty$	
x	0	$1/\alpha$	$+\infty$														
$f'(x)$		+	-														
$f(x)$		$f(1/\alpha)$															
	$-\infty$		$-\infty$														

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)									
مجموعة	مجزأة										
1,25	0,25x2	<p>(3) أ . $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x-2)] = 0$</p> <p>المستقيم ($\Delta$) ذو المعادلة $y = -x-2$ مستقيم مقارب لـ (C)</p>									
	0,25	<p>ب.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$e^{-3/2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$3+2\ln x$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>(C) أسفل (Δ) على $\left] 0; e^{-\frac{3}{2}} \right[$</p> <p>($\Delta$) يقطع (C) في النقطة $A(e^{-\frac{3}{2}}; -e^{-\frac{3}{2}} - 2)$</p> <p>(C) أعلى ($\Delta$) على $\left] e^{-\frac{3}{2}}; +\infty \right[$</p>	x	0	$e^{-3/2}$	$+\infty$	$3+2\ln x$		-	0	+
	x	0	$e^{-3/2}$	$+\infty$							
$3+2\ln x$		-	0	+							
0,50											
0,75	0,25x3	<p>(4) $f''(x) = \frac{4\ln x}{x^3}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>(C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1</p> <p>معادلة لـ (T) مماس (C) عند A هي: $y = -2x+2$</p>	x	0	1	$+\infty$	$f''(x)$		-	0	+
x	0	1	$+\infty$								
$f''(x)$		-	0	+							
0,75	0,25x3	<p>(5) رسم (T)، (Δ) و (C)</p> 									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
01,00	0,25	6 أ. تبين h زوجية.
	0,25	ب. التّحقق أنّه : على المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = -f(x)$
	0,25	ج. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C)
	0,25	رسم (C_h)