

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: جوان 2013

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(3; -2; -1)$ ،  $B(5; -3; 2)$ ،  $C(2; 3; 2)$  و  $D(1; -5; -2)$ .

- (1) بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  تعين مستويا؛ نرمز له بالرمز  $(P)$ .
- (2) بين أن الشعاع  $\vec{n}(2; 1; -1)$  ناظمي للمستوي  $(P)$ ، ثم جد معادلة ديكرتية للمستوي  $(P)$ .
- (3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $D$  و يعامد  $(P)$ .  
ب) عين إحداثيات النقطة  $E$ ؛ المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(P)$ .
- (4)  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستقيم  $(AB)$ ، و  $\lambda$  العدد الحقيقي حيث:  $\vec{AH} = \lambda \vec{AB}$ .  
أ) بين أن:  $\lambda = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AB}}{\|\vec{AB}\|^2}$ .  
ب) استنتج العدد الحقيقي  $\lambda$  و إحداثيات النقطة  $H$ ، ثم المسافة بين النقطة  $D$  والمستقيم  $(AB)$ .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $2z^2 + 6z + 17 = 0$ .
- (2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  لاحقاتها على الترتيب:  $z_A = -4$  و  $z_B = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$  و  $z_C = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i$ .  
- احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .
- (3) أ) عين  $z_D$  و  $z_E$  لاحقتي النقطتين  $D$  و  $E$  على الترتيب حتى يكون الرباعي  $BCDE$  مربعا مركزه  $A$ .  
ب) عين  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث:  $\|\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\| = 10\sqrt{2}$ .
- (4)  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي، ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $\arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$ .  
- تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي إلى  $(\Gamma_2)$ ، ثم عين المجموعة  $(\Gamma_2)$ .

**التمرين الثالث: ( 04 نقاط )**

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$$u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}} \quad \text{ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n : u_0 = e^2$$

$$v_n = \frac{1}{2} \ln u_n + \frac{1}{2} \quad \text{كما يلي: } (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N}$$

(1) بيّن أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$ ، ثمّ احسب حدها الأول.

(2) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثمّ استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$ ؛ حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، ثمّ احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(4) احسب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$ ؛ حيث:  $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ ، ثمّ احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

I - الدالة  $g$  معرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

(2) بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0,31 < \alpha < 0,32$  وأن:

$$\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$$

(3) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

II - الدالة  $f$  معرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

( $C_f$ ) منحنى  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) أثبت أنه، من أجل كل  $x$  من  $]-1; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(4) بيّن أن:  $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 (1 + (\alpha+1)^2)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(5) مثلّ المنحنى ( $C_f$ ) على المجال  $]-1; 2]$ .

III - المنحنى الممثل للدالة  $h$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $h(x) = \ln(x+1)$

$A$  النقطة ذات الإحداثيتين  $(-1; 2)$  و  $M$  نقطة من  $(\Gamma)$  فاصلتها  $x$ .

(1) أثبت أن المسافة  $AM$  تعطى بالعلاقة  $AM = \sqrt{f(x)}$

(2) الدالة  $k$  معرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $k(x) = \sqrt{f(x)}$

(أ) بيّن أن للدالتين  $k$  و  $f$  نفس اتجاه التغير على المجال  $]-1; +\infty[$ .

(ب) عيّن إحداثيتي النقطة  $B$  من  $(\Gamma)$ ، بحيث تكون المسافة  $AM$  أصغر ما يمكن.

(ج) بيّن أن:  $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين  $A(2; -5; 4)$  و  $B(3; -4; 6)$

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 4+t \end{cases} \quad ; \quad (t \in \mathbb{R})$$

و المستقيم  $(\Delta)$  المعروف بالتمثيل الوسيطى التالي:

- 1- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(D)$  المار من النقطتين  $A$  و  $B$ .
- ب) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$ .
- 2-  $(P)$  المستوي الذي يشمل  $(D)$  و يوازي  $(\Delta)$ .
- برهن أنّ  $\vec{n}(3; 1; -2)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(P)$ ، ثمّ عيّن معادلة ديكرتية للمستوي  $(P)$ .
- 3-  $M$  نقطة كيفية من  $(\Delta)$  و  $N$  نقطة كيفية من  $(D)$ .
- أ) عيّن إحداثيات النقطتين  $M$  و  $N$  بحيث يكون المستقيم  $(MN)$  عموديا على كل من  $(\Delta)$  و  $(D)$ .
- ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من  $(\Delta)$  والمستوي  $(P)$ .

### التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $(z + 5 - i\sqrt{3})(z^2 + 2z + 4) = 0$ .
- 2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .  $A$  و  $B$  و  $C$  النقط التي لاحقاتها على الترتيب  $z_A = -1 - i\sqrt{3}$  و  $z_B = -1 + i\sqrt{3}$  و  $z_C = -5 + i\sqrt{3}$ .
- $S$  التشابه المباشر الذي يحول  $A$  إلى  $C$  و يحول  $O$  إلى  $B$ .
- جد الكتابة المركبة للتشابه المباشر  $S$ ، ثمّ عيّن العناصر المميزة له.
- 3) أ) عيّن  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A; 2), (B; -1), (C; 1)\}$ .
- ب) اكتب العدد المركب  $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$  على الشكل الأسّي، ثمّ استنتج طبيعة المثلث  $ABD$ .

ج) عيّن المجموعة  $(\Gamma)$  للنقط  $M$  من المستوي حيث:  $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

### التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

- $x$  و  $y$  عدنان صحيحان و  $(E)$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  التالية:  $11x + 7y = 1$ .
- 1) أ) عيّن  $(x_0; y_0)$ ؛ حل المعادلة  $(E)$  الذي يحقق:  $x_0 + y_0 = -1$ .
- ب) استنتج حلول المعادلة  $(E)$ .

$$\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases} \quad ; \quad a \text{ و } b \text{ عدنان طبيعيان و } S \text{ العدد الذي يحقق:}$$

أ) بيّن أنّ  $(a; -b)$  حل للمعادلة  $(E)$ .

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد  $S$  على 77؟

- (3) عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .  
عين أكبر قيمة للعدد  $n$  حتى يكون  $n < 2013$  .

### التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

- I - الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (x-1)e^x$  .  
1 ادرس تغيرات  $g$  .

- 2 بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $1 + (x-1)e^x \geq 0$  .

II - الدالة  $f$  معرفة على  $[0; +\infty[$  كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x} ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

- 1 - أ) بيّن أنّ  $f$  مستمرة على  $[0; +\infty[$  .

- ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

- 2 - أ) تحقّق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$  .

- ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

- III -  $n$  عدد طبيعي حيث  $n \geq 1$ ؛  $f_n$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$  .

- و  $(C_n)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

- 1- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f_n$  على  $]0; +\infty[$  .

- 2- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x)$  .

- 3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_n)$  و  $(C_{n+1})$  .

- 4- بيّن أنّ جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة  $B$  يطلب تعيين إحداثياتها.

- 5- أ) بيّن أنّه، يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha_1$  من  $]0,3; 0,4[$  بحيث  $f_1(\alpha_1) = 0$  .

- ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث  $n \geq 1$  فإنّ:  $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثمّ برهن أنّه يوجد عدد حقيقي

- وحيد  $\alpha_n$  من  $]\alpha_1; 1[$  بحيث  $f_n(\alpha_n) = 0$  .

- 6- أ) بالاعتماد على الجزء II؛ بيّن أنّه، من أجل كل  $x$  من  $]0; 1[$ :  $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$  .

- ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث  $n \geq 1$ :  $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثمّ  $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$  .

- ج) جد نهاية المتتالية  $(\alpha_n)$  .

## الإجابة النموذجية

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
04	0.5	<p style="text-align: right;"><b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b></p> <p>1- لدينا: <math>\overline{AB}(2;-1;3)</math> و <math>\overline{AC}(-1;5;3)</math> الشعاعان <math>\overline{AB}</math> و <math>\overline{AC}</math> غير مرتبطين خطيا  إذن النقط <math>A</math> ، <math>B</math> و <math>C</math> تعين مستويا <math>(P)</math> .</p>
	0.5 + 0.5	<p>2- لدينا <math>\vec{n}\overline{AB}=0</math> و <math>\vec{n}\overline{AC}=0</math> ومنه <math>\vec{n}</math> عمودي على الشعاعين <math>\overline{AB}</math> و <math>\overline{AC}</math>  - معادلة <math>(P)</math> هي : <math>2x + y - z - 5 = 0</math> .</p>
	0.5	<p>3- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم <math>(\Delta)</math> هو : <math>(t \in \mathbb{R})</math> :  <math display="block">\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -5 + t \\ z = -2 - t \end{cases}</math></p>
	0.5	<p>ب- إحداثيات النقطة <math>E</math> هي <math>(3;-4;-3)</math> .</p>
	0.75	<p>4- أ- لدينا: <math>\overline{AH} = \lambda \overline{AB}</math> ومنه <math>\overline{AH} \cdot \overline{AB} = \lambda \overline{AB} \cdot \overline{AB}</math> وبما أن <math>H</math> مسقط عمودي  لـ <math>D</math> على <math>(AB)</math> فإن: <math>\overline{AD} \cdot \overline{AB} = \lambda \overline{AB} \cdot \overline{AB}</math> ومنه : <math>\lambda = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{AB}}{\ \overline{AB}\ ^2}</math></p>
	0.25	<p>ب- استنتاج العدد الحقيقي <math>\lambda</math> : لدينا: <math>\overline{AD}(-2;-3;-1)</math> ومنه : <math>\lambda = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}</math></p>
	0.25 + 0.25	<p>إحداثيات <math>H</math> هي : <math>\left(\frac{17}{7}; -\frac{12}{7}; -\frac{13}{7}\right)</math> و <math>d(D;(AB)) = DH = \frac{3\sqrt{70}}{7}</math></p>
05	0.75	<p style="text-align: right;"><b>التمرين الثاني: (05 نقاط)</b></p> <p>1- حل المعادلة: لدينا <math>\Delta = -100 = (10i)^2</math> ومنه <math>S = \left\{-\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i; -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i\right\}</math></p>
	0.5 + 0.5 + 0.5	<p>2- أ- طولية <math>\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}</math> وعمدة له : لدينا : <math>\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = i</math>  ومنه: <math>1 = \left \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right </math> ويعني: <math>\frac{AB}{AC} = 1</math> و <math>\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}</math> ويعني: <math>(\overline{AC}; \overline{AB}) = \frac{\pi}{2}</math> .</p>
	0.5	<p>ب- طبيعة المثلث <math>ABC</math> : المثلث <math>ABC</math> متساوي الساقين وقائم في <math>A</math> .</p>

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	0.5 +	3-أ- تعيين $z_D$ و $z_E$ : $A$ منتصف القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ ومنه: $z_D = 2z_A - z_B = -\frac{13}{2} - \frac{5}{2}i$ و $z_E = 2z_A - z_C = -\frac{13}{2} + \frac{5}{2}i$
	0.5	ب- تعيين مجموعة النقط $(\Gamma_1)$ : لدينا : $\ \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\  = 4MA$ ومنه $MA = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، إذن $(\Gamma_1)$ هي الدائرة التي مركزها $A$ ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
	0.25 +	4- التحقق أن $B$ تنتمي إلى $(\Gamma_2)$ : $B \in (\Gamma_2)$ يعني $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ لدينا: $z_B + 4 = \frac{5}{2}(1+i)$ ومنه : $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن : $B \in (\Gamma_2)$ - تعيين $(\Gamma_2)$ : لدينا $\arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$ أي $\arg(z - z_A) = \frac{\pi}{4}$ وتعني $(\vec{u}; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن $(\Gamma_2)$ هي نصف المستقيم $[AM)$ الذي يشمل النقطة $B$ باستثناء النقطة $A$ .
04	+ 0.5	<b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b>
	+0.25	
	0.25	
	+0.5	
0.5	1/ $V_n = \frac{1}{2}V_{n-1}$ ، $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و $V_0 = \frac{3}{2}$	2/ $u_n = e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ ، $v_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$
+ 0.5	3/ $S_n = 3(1 - 2^{-n-1})$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 3$	4/ $P_n = e^{6\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) - (n+1)}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = 0$
0.5		

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
07	0.5 +	<p><b>التمرين الرابع: (07 نقاط)</b></p> <p>I-1- اتجاه تغير الدالة <math>g</math> على المجال <math>]-1; +\infty[</math>.</p> <p><math>g'(x) = \frac{2(x+1)^2 + 1}{x+1}</math> ومنه <math>g'(x) &gt; 0</math> من أجل كل <math>x</math> من <math>]-1; +\infty[</math></p> <p>إذن <math>g</math> متزايدة تماما على المجال <math>]-1; +\infty[</math>.</p>
	0.75 +	<p>2- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة: نجد <math>g(\alpha) = 0</math> و <math>\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2</math></p> <p><math>g(0,31) \times g(0,32) &lt; 0</math></p>
	0.25	<p>3- إشارة <math>g(x)</math>: لـ <math>x \in ]-1; \alpha]</math> لـ <math>g(x) \leq 0</math> و لـ <math>x \in [\alpha; +\infty[</math> لـ <math>g(x) \geq 0</math>.</p>
	0.5	<p>II-1- نهايتا الدالة <math>f</math>: <math>\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math></p>
	0.5	<p>2- التحقق أن: <math>f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}</math></p>
	0.5	<p>3- إتجاه تغير الدالة <math>f</math>: إشارة <math>f'(x)</math> كإشارة <math>g(x)</math></p> <p>ومنه الدالة <math>f</math> متناقصة تماما على المجال <math>]-1; \alpha]</math> و متزايدة تماما على المجال <math>[\alpha; +\infty[</math>.</p>
	0.5	<p>- جدول تغيرات الدالة <math>f</math>.</p>
	0.25	<p>4- تبيان أن: <math>f(\alpha) = (\alpha+1)^2 (1 + (\alpha+1)^2)</math>.</p>
	0.25	<p>- استنتاج حصر لعدد <math>f(\alpha)</math>: <math>4,66 &lt; f(\alpha) &lt; 4,77</math>.</p>
	0.5	<p>5- تمثيل المنحنى <math>(C_f)</math> على المجال <math>]-1, 2]</math>.</p>
	0.5	<p>III-1- إثبات أن المسافة <math>AM</math> تعطى بالعلاقة <math>AM = \sqrt{f(x)}</math>:</p> <p>لدينا: <math>AM = \sqrt{(x+1)^2 + (\ln(x+1) - 2)^2} = \sqrt{f(x)}</math>.</p>
	0.5	<p>2- أ- تبيان أن للدالتين <math>k</math> و <math>f</math> نفس نفس إتجاه التغير على المجال <math>]-1; +\infty[</math>.</p>
	0.5	<p>ب- تعيين إحداثيتي النقطة <math>B</math> من <math>(\Gamma)</math> بحيث تكون المسافة <math>AM</math> أصغر ما يمكن.</p> <p><math>B(\alpha; \ln(\alpha+1))</math> أو <math>B(\alpha; 2 - (\alpha+1)^2)</math></p>
	0.25	<p>ج- تبيان أن: <math>AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}</math></p>

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني:
مجموع	مجزأة	
04.5		<b>التمرين الأول: (04.5 نقطة)</b>
	0.75	1- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو: $\begin{cases} x = 2 + k \\ y = -5 + k; (k \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + 2k \end{cases}$ .
	0.75	ب- الوضع النسبي للمستقيمين (D) و (Δ): ليسا من نفس المستوي.
	0.5	2- شعاع ناظمي للمستوي (P) لأن $\vec{n}(3;1;-2) \perp \vec{u}_{(P)}$ و $\vec{n} \perp \vec{AB}$ .
	0.5	- معادلة المستوي (P) هي: $3x + y - 2z + 7 = 0$ .
	+0.5 0.5	3- أ- إحداثيات M و N: $M\left(\frac{37}{7}; \frac{-16}{7}; \frac{58}{7}\right)$ ، $N\left(\frac{31}{7}; \frac{-18}{7}; \frac{62}{7}\right)$ .
	0.5	- الطول MN: $MN = \frac{2\sqrt{14}}{7}$ .
0.5	ب- حساب المسافة بين نقطة كيفية من (P) و (Δ): $d(M; (P)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$ .	
04.5		<b>التمرين الثاني: (04.5 نقطة)</b>
	01	1- مجموعة الحلول هي S حيث: $S = \{-5 + i\sqrt{3}; -1 - i\sqrt{3}; -1 + i\sqrt{3}\}$ .
	0.5	2- الصيغة المركبة للتشابه المباشر S هي: $z' = (1 - i\sqrt{3})z - 1 + i\sqrt{3}$ .
	0.75	العناصر المميزة: النسبة: $k = 2$ ، الزاوية: $\theta = -\frac{\pi}{3}$ ، لاحقة المركز: $z_{\omega} = 1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$ .
	0.5	3- أ- تعيين $z_D$ : $z_D = \frac{1}{2}(2z_A - z_B + z_C) = -3 - i\sqrt{3}$ .
	0.25+ 0.5	ب- الشكل الأسّي للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = -i\sqrt{3} = \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}}$ .
	0.25	- طبيعة المثلث ABD: المثلث ABD قائم في A.
0.75	ج- تعيين (Γ): $DM = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ ، أي (Γ) هي دائرة مركزها D ونصف قطرها $\sqrt{3}$ .	
03.5		<b>التمرين الثالث: (03.5 نقطة)</b>
	0.5	1. أ) $\begin{cases} 11x_0 + 7y_0 = 1 \\ x_0 + y_0 = -1 \end{cases}$ ومنه $(x_0; y_0) = (2; -3)$ .....
0.5×2		ب) حلول المعادلة (E) هي: $k \in \mathbb{Z}$ ، $\begin{cases} x = 7k + 2 \\ y = -11k - 3 \end{cases}$ .....

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
	0.75	$\dots\dots\dots 11a+7(-b)=1 \text{ ومنه } \begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases} \text{ (أ) 2}$ <p>إذن <math>(a; -b)</math> حل للمعادلة (E)</p> <p>(ب) <math>S = 77k + 23</math> حيث: <math>k \in \mathbb{N}</math> ومنه باقي قسمة <math>S</math> على 77 هو 23</p>
	0.5	
	0.25	$\dots\dots\dots \begin{cases} n=11a+1 \\ n=7b+2 \end{cases} \text{ (3) تحقق:}$
	0.5	$\dots\dots\dots n < 2013 \text{ ومنه أكبر قيمة هي: } n=1948 \dots\dots\dots$
07.5	0.5	<p><b>التمرين الرابع: (07.5 نقاط)</b></p> <p>(1-I) تغيرات <math>g</math>. <math>g'(x) = xe^x</math></p>
	0.5	(2) $g(x) > -1$ ومنه $1 + g(x) \geq 0$
	0.5	II-1-أ. $f$ مستمرة على $]0; +\infty[$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$
	0.25	ب. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0.5	2-أ- التحقق أنه من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ : $f'(x) = \frac{e^x(x-1)+1}{x^2}$
	0.25	ب- اتجاه تغير الدالة $f$ : $f$ متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ .
	0.25	- جدول تغيرات الدالة $f$ .
	0.5	III-1- اتجاه تغير الدالة $f_n$ :
	0.25	لدينا من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ : $f'_n(x) = f'(x) + \frac{n}{x}$
0.25	ومنه $f'_n(x) > 0$ وبالتالي الدالة $f_n$ متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ .	
0.25	2- نهايتا الدالة $f_n$ : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$ .	
0.25		

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
	0.5	3- الوضع النسبي للمنحنيين $(C_n)$ و $(C_{n+1})$ : $f_{n+1}(x) - f_n(x) = \ln x$ : لما $0 < x < 1$ فإن $(C_{n+1})$ يقع تحت $(C_n)$ ، ولما $x > 1$ فإن $(C_{n+1})$ يقع فوق $(C_n)$ و $(C_{n+1})$ يقطع $(C_n)$ عند النقطة $B(1; e-1)$ .
	0.25	4- من السؤال (3) نجد أن جميع المنحنيات تمر من النقطة $B(1; e-1)$ . (وتقبل أية طريقة صحيحة)
	0.5	5- أ) تبيان أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha_1$ من $]0, 3; 0, 4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$ $f_1(0, 3) \times f_1(0, 4) < 0$
	0.5 + 0.5	ب- تبيان أن $f_n(\alpha_1) < 0$ من أجل كل $n > 1$ : من السؤال (3): من أجل $x \in ]0; 1[$ ، $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ ، إذن من أجل كل $n > 1$ ، $f_n(x) < f_1(x)$ ، بما أن $\alpha_1 \in ]0, 3; 0, 4[$ فإن $\alpha_1 < 1$ أي: $f_n(\alpha_1) < f_1(\alpha_1)$ ومنه: $f_n(\alpha_1) < 0$ . - البرهنة على أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha_n$ من $]\alpha_1; 1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$ .
	0.5	6- أ- تبيان أنه من أجل كل $x$ من $]0; 1[$ ، $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$ . بما أن الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0; 1[$ فإن $f(x) \leq f(1)$ ومنه $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$ .
	0.25 + 0.25	ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ حيث $n \geq 1$ : $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ . $f_n(\alpha_n) = 0$ أي: $\frac{e^{\alpha_n} - 1}{\alpha_n} + n \ln(\alpha_n) = 0$ ومنه $\frac{e^{\alpha_n} - 1}{\alpha_n} \geq -(e-1)$ إذن: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{e-1}{n}$ . - استنتاج أن $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$ لدينا: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{e-1}{n}$ بتركيب الدالة الأسية نجد $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$
	0.25	ج- حساب نهاية المتتالية $(\alpha_n)$ . لدينا: $e^{\frac{1-e}{n}} \leq \alpha_n \leq 1$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{1-e}{n}} = 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = 1$ .