«

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **الدورة: 2026**

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 04 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

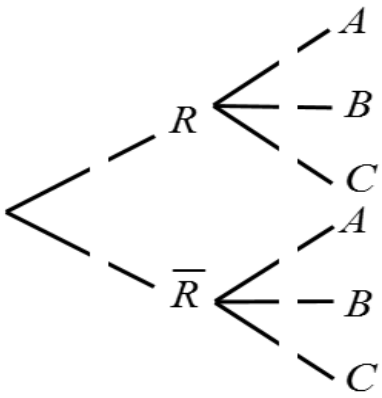
يحتوي كيس U على 4 كريّات حمراء و 3 كريّات خضراء ويحتوي كيس V على كريّتين حمراوين وكريّتين خضراوين.
كلّ الكريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس.

نسحب عشوائيا كريّتين في آن واحد من U ، إذا كانتا حمراوين نضعهما في V ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد، وإذا لم تكونا حمراوين معا نعيدهما إلى U ثمّ نسحب من V كريّتين في آن واحد، ونعتبر الحوادث:

R : « سحب كريّتين حمراوين من U » ، A : « سحب كريّتين حمراوين من V »

B : « سحب كريّتين خضراوين من V » ، C : « سحب كريّتين من لونين مختلفين من V »

1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.



2) تحقّق أنّ: $P(A)=\frac{7}{30}$ واحسب $P(B)$ و $P(C)$

3) احسب احتمال سحب كريّتين حمراوين من U علما أنّ الكريّتين المسحوبتين من V خضراوان.

4) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب بالكيفية السابقة عدد الكريّات الخضراء المسحوبة من الكيس V

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب الأمل الرياضياتي $E(21X+1428)$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $\left(z-1+i\sqrt{3}\right)\left(z^2-2z+2\right)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث:

$z_A=1+i$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=1-i$ و $z_D=\frac{1-\sqrt{3}}{2}(1+i)$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

أ) اكتب كلّا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشّكل المثلّثي.

ب) استنتج الشّكل المثلّثي للعدد المركب L حيث: $L=\dfrac{z_A}{z_B}$

جـ) اكتب العدد L على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{7\pi}{12}$

3) أ) تحقّق أنّ $z_D-z_A=i\left(z_D-z_B\right)$ ثمّ بيّن أنّ المثلث ABD قائم ومتساوي الساقين.

ب) عيّن z_E لاحقة النقطة E مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(D;-1)\}$ ثمّ حدّد طبيعة الرباعي $AEBD$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E)\cdots 675x-525y=\alpha$ حيث: x و y عددان صحيحان و α عدد صحيح غير معدوم.

1) عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 675 و 525 ثمّ استنتج قيم α التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلولا.

2) نضع: $\alpha=825$

أ) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(1;2)$ حلّ لها.

ب) عيّن كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي من أجلها يكون $PGCD(x;y)=11$

3) أ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ العددين $7n+4$ و $9n+5$ أوليّان فيما بينهما.

ب) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم n القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b حيث: $a=77n^2+44n$ و $b=99n^2+55n$

4) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد L على 7 حيث: $L=1+2+2^2+\cdots+2^{2025}$

5) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $L+b-a+3\equiv 0[7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=(x-1)^2+\ln\left((x-1)^2\right)$

1) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $g'(x)=\dfrac{2(x-1)^2+2}{x-1}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها (لا يُطلب حساب النهايات).

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]1,7\ ;\ 1,8[$

ب) تحقّق أنّ -2α حلّ للمعادلة $g(x)=0$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2+\ln\left((x-1)^2\right)}{x-1}$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-2$ مستقيم مقارب مائل لـ (c_f)

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f(2-x)+f(x)=-2$

- استنتج أنّ للمنحني (c_f) مركز تناظر، يُطلب تعيين إحداثييه.

4) أ) بيّن أنّ (c_f) يقبل مماسين (T) و (T') يوازيان (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

ب) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq-2{,}2$ و $f(2-\alpha)\simeq0{,}2$)

جـ) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x)=x+m$ حلّين بالضبط.

5) أ) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدد بالمنحني (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=x-2$ ، $x=2$ و $x=\lambda$ حيث: $\lambda>2$ ، $\mathcal{A}(\lambda)$ مقدرة بوحدة المساحة.

ب) عيّن قيمة λ حتى يكون: $\mathcal{A}(\lambda)=2\left(\ln(\lambda-1)\right)^2$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

الموضوع الثّاني

يحتوي الموضوع على (02) صفحتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و ABC مثلث قائم في A حيث:

$A(6;9)$ ، $B(\alpha;0)$ ، $C(0;\beta)$ و α ، β عددان صحيحان.

1) بيّن أنّ الثنائية $(\alpha;\beta)$ تحقّق المعادلة: $(E)\cdots 2x+3y=39$ و x ، y عددان صحيحان.

2) أ) تحقّق أنّ الثنائية $(6;9)$ حلّ لـ (E) ثمّ عيّن كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E)

ب) استنتج كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $PGCD(x;y)=39$

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2026} على 9

4) عيّن كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $4^{y+30}\equiv 1[9]$ وَ $-21\leq y\leq -15$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

يضم قسم لشعبة الرياضيات 8 ذكور من بينهم أحمد و 6 إناث من بينهنّ فاطمة.

1) نختار بطريقة عشوائية 3 تلاميذ من القسم للمشاركة في أولمبياد الرياضيات، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « التلاميذ المختارون من نفس الجنس » ، B : « من بين التلاميذ المختارين أنثى على الأقل »

C : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين » ، D : « أحمد وفاطمة لا يتم اختيارهما معا »

E : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين علما أنّ كلّ التلاميذ المختارين من الإناث »

- احسب احتمالات الحوادث A ، B ، C ، D و $A\cup B$ وبيّن أنّ احتمال الحادثة E يساوي $\frac{1}{2}$

2) نفرض أنّ عدد الإناث هو n حيث: $n\geq 2$ ونختار عشوائيا مُمثِّلَين اثنين للقسم.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية اختيار لمُمثِّلَي القسم عدد الإناث المختارات و $E(X)$ أمله الرياضياتي.

أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ بيّن أنّ: $E(X)=\frac{2n}{n+8}$

ب) جِد قيمة n التي من أجلها يكون $E(X)$ عددا طبيعيا.

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

θ عدد حقيقي حيث: $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $\left(z-i\sqrt{3}\right)\left(z^2-4(\sin\theta)z+4\right)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث:

$z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=2(\sin\theta+i\cos\theta)$ ، $z_C=2(\sin\theta-i\cos\theta)$ و $z_D=1+i\sqrt{3}$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

أ) اكتب كلّا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشّكل المثلّثي.

ب) استنتج أنّ النقط B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2026}+\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{1447}=-1-i$

د) عيّن قيم العدد θ حتى يكون ABC مثلثا قائما في B

3) نضع: $\theta=\frac{\pi}{6}$ ونعتبر العدد المركب L حيث: $L=-(1+i)\,z_B$

أ) اكتب L على الشّكل المثلّثي وعلى الشّكل الجبري.

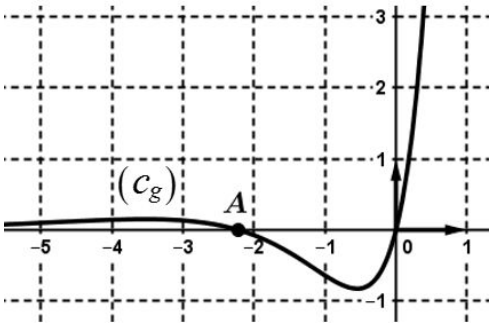
ب) استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{19\pi}{12}$ و $\sin\frac{19\pi}{12}$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2+2x)e^x+2xe^{2x}$

التمثيل البياني (c_g) للدّالة g يشمل النقطة $A(\alpha\,;0)$

كما هو موضّح في الشّكل المقابل.



1) تحقّق أنّ: $-2,3<\alpha<-2,2$

2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x+1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ) بيّن أنّ المنحنى (P) ذا المعادلة $y=x^2$ مقارب للمنحنى (c_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (c_f) و (P) ثمّ ارسم (P) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq0,5$)

4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=\int_0^1\frac{e^x}{e^x+1}dx$ ومن أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $u_n=\int_0^1\frac{x^ne^x}{e^x+1}dx$

أ) احسب u_0 ثمّ برّر أنّ المتتالية (u_n) موجبة.

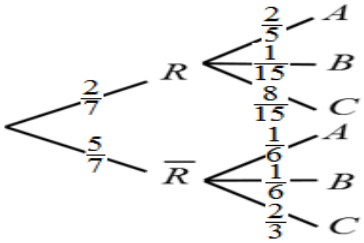
ب) بيّن أنّ (u_n) متناقصة ثمّ استنتج أنها متقاربة.

جـ) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x حيث: $0\le x\le1$ ، $\frac{1}{2}\le\frac{e^x}{e^x+1}\le\frac{e}{e+1}$

د) استنتج أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $\frac{1}{2(n+1)}\le u_n\le\frac{e}{(e+1)(n+1)}$ ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

- فسّر هندسيا العدد u_2 وأعط حصرا له.

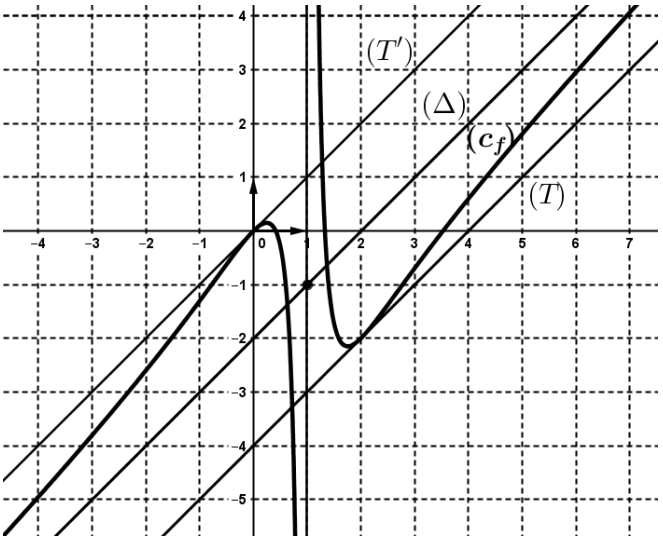
WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
		مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(1		$0,25\times3$	$0,75$
(2	$P(A)=\frac{49}{210}=\frac{7}{30}$ ، $P(B)=\frac{29}{210}$ ، $P(C)=\frac{66}{105}=\frac{22}{35}$	$0,5\times3$	$1,5$
(3	$P_B(R)=\frac{P(R\cap B)}{P(B)}=\frac{4}{29}$	$0,5$	$0,5$
(4	$E(X)=\frac{19}{21}$ ، $E(21X+1428)=1447$ x_i: 0 ; 1 ; 2 $P(X=x_i)$: $\frac{49}{210}$; $\frac{132}{210}$; $\frac{29}{210}$	$0,25\times5$	$1,25$
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(1	$S=\{1+i\;;1-i\;;1-i\sqrt{3}\}$	$0,25\times3$	$0,75$
(2	أ) $z_A=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ $z_B=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ $z_C=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $z_D=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)$	$0,25\times4$	$2,25$
	ب) $L=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$	$0,25$	
	جـ) $L=\frac{1-\sqrt{3}}{4}+i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	$0,5$ $0,25\times2$	
(3	أ) $z_D-z_A=i\left(z_D-z_B\right)=\frac{1+\sqrt{3}}{2}(-1-i)$ المثلث ABD قائم في D ومتساوي الساقين.	$0,25\times2$	1
	ب) $z_E=\frac{3+\sqrt{3}}{2}+i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ، الرباعي $AEBD$ مربع.	$0,25\times2$	

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

التمرين الثالث (05 نقاط)			
1)	$PGCD(675;525)=75$ ، $\alpha=75k$ و $k\in\mathbb{Z}^*$	$0,25\times2$	$0,5$
2)	أ) $(x;y)=(7k'+2;9k'+1)$, $k'\in\mathbb{Z}$	$0,5\times2$	2
	ب) $k'=11k''+6$ ، $(x;y)=(77k''+44;99k''+55)$ ، $k''\in\mathbb{Z}$	$0,5\times2$	
3)	أ) العددان $7n+4$ و $9n+5$ أوليّان فيما بينهما.	$0,25$	$0,75$
	ب) $PGCD(a;b)=11n$ $PPCM(a;b)=11n(7n+4)(9n+5)$	$0,25\times2$	
4)	أ) <table><tr><td>$n=$</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td><td>$k\in\mathbb{N}$</td></tr><tr><td>$4^n\equiv$</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>[7]</td></tr></table>	$0,25\times3$	$1,25$
	ب) $L=2^{2026}-1$ ومنه: $L\equiv1[7]$	$0,25\times2$	
5)	$L+b-a+3\equiv0[7]$ يكافئ $n=7p+5$ ، $p\in\mathbb{N}$	$0,5$	$0,5$
التمرين الرّابع (07 نقاط)			
1 (I	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $g'(x)=\dfrac{2(x-1)^2+2}{x-1}$	$0,25$	$0,75$
	ب) g متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ ومتزايدة تماما على $]1;+\infty[$ جدول التغيّرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$2-\alpha$</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td colspan="2">$-$</td><td colspan="2">$+$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td colspan="2">$\searrow$ 0</td><td colspan="2">0 $\nearrow$</td></tr></table>	$0,25\times2$	
2)	أ) الدالة g مستمرة على المجال $[1,7\ ;\ 1,8]$ $g(1,7)\simeq-0,22$ ، $g(1,8)\simeq0,19$ و ومنه: للمعادلة $g(x)=0$ حلّ وحيد α في المجال $]1,7\ ;\ 1,8[$	$0,5$	1
	ب) $g(\alpha)=g(2-\alpha)=0$ ومنه: $2-\alpha$ حلّ للمعادلة $g(x)=0$ إشارة $g(x)$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$2-\alpha$</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$0,25\times2$	
1 (II	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to1}^{<}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to1}^{>}f(x)=+\infty$	$0,25\times4$	1
2)	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$	$0,25$	

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	ب) f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty\,;2-\alpha]$ و $[2-\alpha\,;1[$ ومتزايدة تماما على المجالين $]1\,;\alpha]$ و $[\alpha\,;+\infty[$ جدول التغيّرات:	0,25 0,25	0,75
3)	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{2\ln(1-x)}{1-x}\right)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{2\ln(x-1)}{x-1}\right)=0$	0,25×2	0,75
	ب) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f(2-x)+f(x)=-2$ للمنحني (c_f) مركز تناظر إحداثياه $(1;-1)$	0,25	
4)	أ) $f'(x)=1$ تكافئ $x\in\{0;2\}$ $(T):y=x-4$ ، $(T'):y=x$	0,25×3	2,25
	ب) رسم (Δ) رسم (T) رسم (T') رسم (c_f) 	0,25×3 0,5	
	جـ) للمعادلة: $f(x)=x+m$ حلّان من أجل $m\in\{-4;-2\,;0\}$	0,25	
5)	أ) $\mathcal{A}(\lambda)=\int_2^{\lambda}\left(\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{2\ln(x-1)}{x-1}\right)dx$ $=\left[2\ln(x-1)+\left(\ln(x-1)\right)^2\right]_2^{\lambda}=\left(2\ln(\lambda-1)+\left(\ln(\lambda-1)\right)^2\right)$	0,25	0,5
	ب) $\mathcal{A}(\lambda)=2$ تكافئ $\lambda>2$ و $\lambda=1+e^2$	0,25	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ تعني $2\alpha+3\beta=39$ ومنه: الثنائية $(\alpha;\beta)$ حلّ للمعادلة: (E) ... $2x+3y=39$	0,5	0,5
2)	أ) $(6;9)$ حلّ لـ (E) $(x;y)=(3k+6;-2k+9)\ ,\ k\in\mathbb{Z}$	0,25 0,75	1,75
	ب) $k=39k'+15$ ، $(x;y)=(117k'-39;-78k'+39)$ ، $k'\in\mathbb{Z}$	0,75	
3)	أ)	0,75	1
	ب) $1447^{2026}\equiv 7[9]$	0,25	
4)	البحث عن قيم العدد k تعيين الثنائيات الممكنة: $(x;y)\in\{(42;-15),(51;-21)\}$	0,25 0,25×2	0,75
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	$P(A)=\frac{C_8^3+C_6^3}{C_{14}^3}=\frac{19}{91}$ ، $P(B)=1-\frac{C_8^3}{C_{14}^3}=\frac{11}{13}$ $P(C)=\frac{C_1^1\times C_{13}^2}{C_{14}^3}=\frac{3}{14}$ ، $P(D)=1-\frac{C_2^2\times C_{12}^1}{C_{14}^3}=\frac{88}{91}$	0,5×4	2,75
	$P(E)=\frac{C_1^1\times C_5^2}{C_6^3}=\frac{1}{2}$ $P(A\cap B)=\frac{C_6^3}{C_{14}^3}=\frac{5}{91}$ ومنه: $P(A\cup B)=1$	0,25 0,5	
2)	قانون الاحتمال: تبيان أنّ: $E(X)=\frac{2n}{n+8}$	0,25×4	1,25
	ومنه: $\frac{2n}{n+8}=2-\frac{16}{n+8}$ عدد طبيعي يعني $(n+8)$ يقسم 16 إذن: $n=8$ لأنّ $n\geq 2$	0,25	

$n=$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	$k\in\mathbb{N}$
$4^n\equiv$	1	4	7	[9]

x_i	$P(X=x_i)$
0	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$
1	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$
2	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

التمرين الثالث (05 نقاط)

1)	$S=\left\{i\sqrt{3}\ ;\ 2\sin\theta+2i\cos\theta\ ;\ 2\sin\theta-2i\cos\theta\right\}$	$0,25\times3$	$0,75$
2) أ)	$z_A=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)$ ، $z_C=2\left(\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)\right)$ ، $z_D=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	$0,5\times4$	$3,25$
2) ب)	B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2	$0,25$	
2) جـ)	$\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2026}+\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{1447}=(i)^{2026}+(i)^{1447}=-1-i$	$0,5$	
2) د)	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}=0$ أي $-4\cos\theta\left(2\cos\theta-\sqrt{3}\right)=0$ ، $\theta\in\left\{-\frac{\pi}{6}\ ;\frac{\pi}{6}\right\}$	$0,25\times2$	
3) أ)	$L=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right)$ ، $L=-1+\sqrt{3}+i\left(-1-\sqrt{3}\right)$	$0,25\times2$	1
3) ب)	$\cos\frac{19\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ، $\sin\frac{19\pi}{12}=\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$0,25\times2$	

التمرين الرّابع (07 نقاط)

I 1)	$g(-2,3)\simeq0,02$ ، $g(-2,2)\simeq-0,01$ ومنه: $-2,3<\alpha<-2,2$	$0,25\times2$	$0,5$
2)	إشارة $g(x)$:	$0,5$	$0,5$

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

II 1)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	$0,5+0,25$	$0,75$
2) أ)	من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{\left(e^x+1\right)^2}$	$0,5$	1
2)	جدول التغيّرات:	$0,5$	

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$

3) أ)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x^2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{-x^2}{e^x+1}\right)=0$	$0,5$	
3) ب)	(c_f) أسفل (P) على $\mathbb{R}^*$ و (c_f) ، (P) متماسان في O	$0,25\times2$	

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	رسم (P) رسم (c_f)		0,25 0,5
4)	أ) $u_0=\ln(e+1)-\ln 2$ ، المتتالية (u_n) موجبة.		$0,25\times 2$
	ب) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $u_{n+1}-u_n=\int_0^1 \frac{x^n(x-1)\,e^x}{e^x+1}dx$ وكذلك $u_1-u_0=\int_0^1 \frac{(x-1)\,e^x}{e^x+1}dx$ ومنه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n\le 0$		0,5
	(u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.		0,25
	جـ) من أجل كلّ x حيث: $0\le x\le 1$ ، $\frac{1}{2}\le\frac{e^x}{e^x+1}\le\frac{e}{e+1}$		0,25
	د) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $\frac{1}{2(n+1)}\le u_n\le\frac{e}{(e+1)(n+1)}$		0,25
	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$		0,25
	يمثل u_2 مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$		0,25
	$\frac{1}{6}\le u_2\le\frac{e}{3e+3}$		0,25

2,5 — 1,75

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر