«

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **الدورة: 2026**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 9 كرّيات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها: كريّتان تحملان الرّقم 1 وأربع كريّات تحمل الرّقم 2 وثلاث كريّات تحمل الرّقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

A : « سحب ثلاث كريّات تحمل نفس الرّقم » ، B : « سحب ثلاث كريّات أرقامها مختلفة مثنى مثنى »

C : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها عدد زوجي »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap C)=\frac{1}{21}$ ثمّ استنتج $P_A(C)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل الرّقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

II) نضيف إلى محتوى الكيس السّابق n كريّة تحمل الرّقم 1 ثمّ نسحب منه كريّتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كريّتين لا تحمل أيّ منهما الرّقم 1 يساوي $\frac{1}{5}$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

I) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+4)(z^2-4z+16)=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث: $z_A=4$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=2-2i\sqrt{3}$ و $z_D=-iz_C$

1) أ) اكتب كلّا من z_B ، z_C و z_D على الشّكل المثلثي.

ب) علّم النقط A ، B ، C و D ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2) أ) برّر أنّ: $z_D-z_B=\sqrt{3}(z_C-z_A)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متوازيان.

ب) بيّن أنّ: $|z_B-z_A|=|z_D-z_C|$

جـ) استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة G مركز ثقله.

3) تحقّق أنّ: $z_D-z_A=i(z_B-z_C)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعيّة n حتى يكون $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f المعرّفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب u_1 و u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n>2$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يُطلب كتابة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

4) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّ: $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-2-4\ln x$

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g وشكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]3,5\,;3,6[$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$ ، $f(x)=x^2+2x-4x\ln x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}}\dfrac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ (c_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحنى (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2

4) أ) ارسم (T) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1,7$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الأوّل

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض.

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كريّة واحدة ونُعرّف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

حيث $a \in \mathbb{R}$

الكريّة المسحوبة	خضراء	حمراء	بيضاء
الاحتمال	$\frac{1}{10}$	a	$2a$

- احسب قيمة a ثمّ استنتج عدد كلّ من الكريّات الخضراء ، الحمراء ، البيضاء.

II) نفرض أنّ الكيس يحتوي على كريّة واحدة خضراء ، 3 كريّات حمراء و 6 كريّات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

A : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، B : « الحصول على كريّتين بالضبط من نفس اللّون »

C : « الحصول على ثلاث كريّات ليست كلّها من نفس اللّون »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الألوان التي تحملها الكريّات المسحوبة.

- بيّن أنّ: $P(X=2)=\frac{27}{40}$ وعيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: (E) ... $z^2+\alpha z+4=0$ حيث α عدد حقيقي.

أ) احسب $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثمّ استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$

ب) عيّن α حتى يكون العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حلّا للمعادلة (E) ثمّ استنتج حلّها الآخر.

2) نعتبر الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و z_3 حيث: $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

أ) اكتب كلّا من z_1 ، z_2 و z_3 على الشّكل المثلثي.

ب) استنتج الشّكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L=\frac{z_1\times z_3}{z_2}$

جـ) اكتب L على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{13\pi}{12}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}$

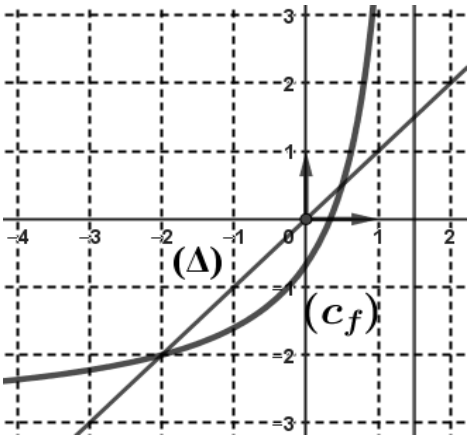
التمرين الثّالث: (05 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ بـ: $f(x)=\frac{-6x+2}{2x-3}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

1) بقراءة بيانية، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة f وبرّر أنّه: من أجل كلّ x من $[-2\,;0]$ ، $f(x)-x\leq 0$



2) أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

ب) خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2<u_n\leq 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

5) (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $w_0+w_1+\cdots+w_n=\dfrac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2-\ln 7)n+4\ln 2\right]$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^<}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^>}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\dfrac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ وفسّر النتيجة هندسيا ثمّ ارسم المنحني (c_f)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9e^x}{1+e^x}-\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)$

ب) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بـ (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-4$ ، $x=\lambda$ و $x=-\ln 2$ حيث: $\lambda<-\ln 2$ ثمّ احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)$

5) g الدّالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x>1$ ، $g(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

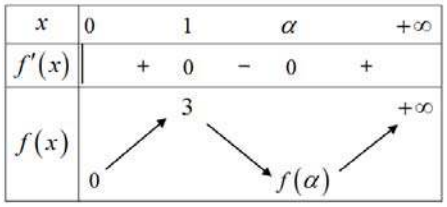
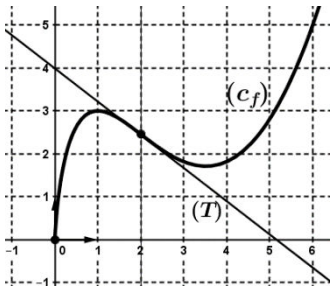
WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(I (1	أ) $P(A)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$ ، $P(B)=\dfrac{C_2^1\times C_4^1\times C_3^1}{C_9^3}=\dfrac{2}{7}$ $P(C)=\dfrac{C_4^3+C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\dfrac{11}{21}$	$0,5\times 3$	$2,25$
	ب) $P(A\cap C)=\dfrac{C_4^3}{C_9^3}=\dfrac{1}{21}$ ، $P_A(C)=\dfrac{4}{5}$	$0,25+0,5$	
(2	$E(X)=\dfrac{4}{3}$ ، <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{5}{42}$</td><td>$\frac{20}{42}$</td><td>$\frac{15}{42}$</td><td>$\frac{2}{42}$</td></tr></table>	$0,25\times 5$	$1,25$
(II	$\dfrac{A_7^2}{A_{n+9}^2}=\dfrac{1}{5}$ ومنه $n=6$	$0,25+0,25$	$0,5$
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(I	$\Delta=-48$ ، $S=\left\{4i\ ;\ 2-2i\sqrt{3}\ ;\ 2+2i\sqrt{3}\right\}$	$0,25\times 4$	1
(II (1	أ) $z_B=4\left(\cos\dfrac{\pi}{2}+i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$ $z_C=4\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right)$ $z_D=4\left(\cos\dfrac{7\pi}{6}+i\sin\dfrac{7\pi}{6}\right)$	$0,25\times 3$	$1,25$
	ب) تعليم النقط: A ، B ، C و D $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=\lvert z_D\rvert=4$ A ، B ، C و D تنتمي إلى الدّائرة التي مركزها O ونصف قطرها 4	$0,25$ $0,25$	
(2	أ) $z_D-z_B=-2\sqrt{3}-6i=\sqrt{3}\left(z_C-z_A\right)$ ومنه: $\overrightarrow{BD}=\sqrt{3}\ \overrightarrow{AC}$ و (BD) و (AC) متوازيان.	$0,25$ $0,25$	$1,25$
	ب) $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_C\rvert=4\sqrt{2}$	$0,25$	
	جـ) الرباعي $ABDC$ شبه منحرف متساوي الساقين.	$0,25$	
	تعيين لاحقة G: (تقبل كلّ طريقة لتعيين z_G بما فيها لاحقة مرجح الجملة بمعاملات متساوية).	$0,25$	
(3	$z_D-z_A=-4-2\sqrt{3}-2i=i\left(z_B-z_C\right)$ ومنه: $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}=i$ حقيقي من أجل: $n=2k$ مع k طبيعي.	$0,25$ $0,25$	$0,5$

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

التمرين الثالث (05 نقاط)			
(1	من أجل كلّ x من $]-2\,;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{8}{(x+2)^2}$	0,5	0,75
	f متزايدة تماما على $]-2\,;+\infty[$	0,25	
(2	أ) $u_1=\dfrac{8}{3}$ ، $u_2=\dfrac{16}{7}$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.	$0,25\times3$	2
	ب) البرهان بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n>2$	$0,5+0,25$	
	جـ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-u_n)}{2+u_n}$	0,5	
	(u_n) متناقصة تماما.		
(3	أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، $v_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$	$0,25+0,5$	1,5
	ب) $u_n=\dfrac{2}{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$	$0,25+0,5$	
(4	$S_n=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ ، $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$	$0,25+0,5$	0,75
التمرين الرّابع (07 نقاط)			
(1 (I	من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2x-4}{x}$	0,25	1
	g متناقصة تماما على $]0\,;2]$ ومتزايدة تماما على $[2\,;+\infty[$	0,5	
	جدول التغيّرات:	0,25	
(2	أ) $g(1)=0$	0,25	1,25
	الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[3,5\,;3,6]$ و $g(3,5)\simeq-0,01$ ، $g(3,6)\simeq0,08$ ومنه: للمعادلة $g(x)=0$ حلّ وحيد α في المجال $]3,5\,;3,6[$	$0,25\times3$	
	ب) إشارة $g(x)$:	0,25	
(1(II	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ، (c_f) يقبل نصف مماس عمودي في النقطة O	$0,25\times2$	0,75
	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0,25	

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

(2	من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$	0,25	
	f متزايدة تماما على كل من $[0\,;1]$ و $]\alpha\,;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1\,;\alpha]$	0,25×2	
	جدول التغيّرات: 	0,25	1
(3	أ) من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $f''(x)=g'(x)$ $A(2\,;8-8\ln 2)$ نقطة انعطاف لـ (c_f)	0,25×2	1
	ب) $(T):y=(2-4\ln 2)x+4$	0,5	
(4	أ) رسم (T) رسم (c_f) 	0,25 0,5	1
	ب) للمعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول من أجل: $f(\alpha)<m<3$	0,25	
(5	أ) $\int_1^e x\ln x\,dx=\left[\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2\right]_1^e=\frac{e^2+1}{4}$	0,5	1
	ب) $\mathcal{A}=\int_1^e f(x)dx=\frac{e^3-7}{3}\,u.a$	0,5	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

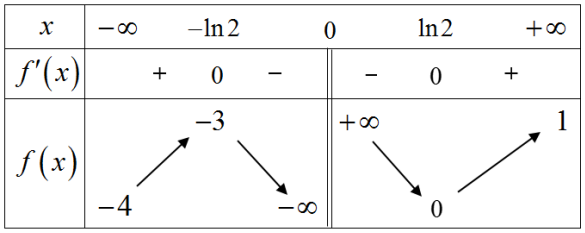
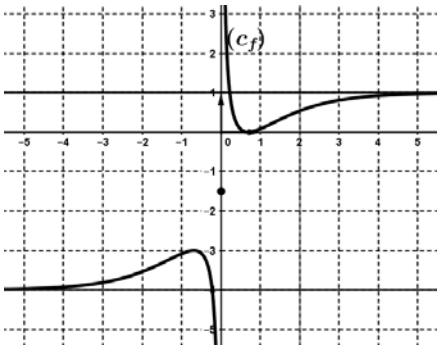
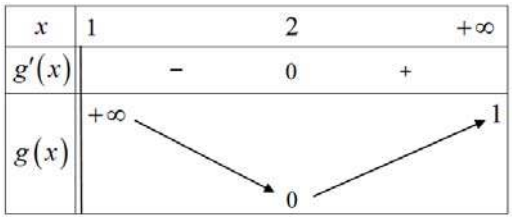
WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(I	$a=\frac{3}{10}$	0,5	1
	<table><tr><td>الكريّة</td><td>خضراء</td><td>حمراء</td><td>بيضاء</td></tr><tr><td>عدد الكريّات</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr></table>	0,5	
(1 (II	أ) $P(A)=\frac{C_3^1\times C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$ $P(B)=\frac{C_3^2\times C_7^1+C_6^2\times C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{27}{40}$ $P(C)=1-\frac{C_6^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{33}{40}$	$0,5\times 3$	2
	ب) احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء: $\frac{C_6^2\times C_3^1}{C_9^3}=\frac{15}{28}$	0,5	
(2	$P(X=2)=P(B)=\frac{27}{40}$	0,25	1
	$E(X)=\frac{79}{40}$ ، <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{7}{40}$</td><td>$\frac{27}{40}$</td><td>$\frac{6}{40}$</td></tr></table>	$0,25\times 3$	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(1	أ) $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2=-2-2i\sqrt{3}$	0,25	1,25
	الجذران التربيعيان للعدد $-2-2i\sqrt{3}$ هما: $-1+i\sqrt{3}$ ، $1-i\sqrt{3}$	$0,25\times 2$	
	ب) $\alpha=2$ ، الحلّ الثاني هو $-1-i\sqrt{3}$	$0,25\times 2$	
(2	أ) $z_1=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$	0,5	2,75
	$z_2=2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$	0,25	
	$z_3=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$	0,5	
	ب) $L=2\left(\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)\right)$	0,5	

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	0,5 0,25×2	**جـ)** $L=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}+i\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ $\cos\frac{13\pi}{12}=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	
التمرين الثالث (05 نقاط)			
1)	0,25×3	f متزايدة تماما على $[-2;0]$ (c_f) أسفل (Δ) على $[-2;0]$ ويتقاطعان في $A(-2;-2)$ ومنه: من أجل كلّ x من $[-2;0]$ ، $f(x)-x\leq 0$	0,75
2)	0,5	**أ)** تمثيل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3	0,75
	0,25	**ب)** التخمين: المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة.	
3)	0,5+0,25	**أ)** البرهان بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2<u_n\leq 0$	1,25
	0,5	**ب)** من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n+2)(2u_n-1)}{3-2u_n}$ (u_n) متناقصة تماما.	
4)	0,25+0,5	**أ)** (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{7}$ ، $v_n=4\left(\frac{2}{7}\right)^n$	1,5
	0,25+0,5	**ب)** $u_n=\frac{v_n-4}{2v_n+2}=\frac{2\left(\frac{2}{7}\right)^n-2}{4\left(\frac{2}{7}\right)^n+1}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-2$	
5)	0,5	**أ)** (w_n) متتالية حسابية أساسها $\ln\left(\frac{2}{7}\right)$ ، $w_0=\ln 4$	0,75
	0,25	**ب)** $w_0+w_1+\cdots+w_n=\frac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2-\ln 7)n+4\ln 2\right]$	
التمرين الرّابع (07 نقاط)			
1)	0,25×7	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-4$ ، $\lim\limits_{x\to 0^<}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to 0^>}f(x)=+\infty$ (c_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة معادلاتها: $y=-4$ ، $y=1$ ، $x=0$	1,75
2)	0,5	**أ)** من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\frac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$	2
	0,5	**ب)** إشارة $f'(x)$ من إشارة $(e^x-2)(2e^x-1)$	
	0,5	f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-\ln 2]$ و $[\ln 2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-\ln 2;0[$ و $]0;\ln 2]$	

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر

	0,5	جدول التغيّرات: 	
1,25	0,5 0,25	من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ (c_f) يقبل مركز تناظر، إحداثياه $\left(0\,;-\frac{3}{2}\right)$	(3
	0,5	رسم (c_f) 	
1	0,25	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\frac{1}{2}\left(\frac{9e^x}{1+e^x}-\frac{e^x}{1-e^x}\right)$	(4
	0,5	ب) $\mathcal{A}(\lambda)=\frac{1}{2}\int_{\lambda}^{-\ln 2}\left(\frac{9e^x}{1+e^x}-\frac{e^x}{1-e^x}\right)dx=\frac{1}{2}\left[9\ln(1+e^x)+\ln(1-e^x)\right]_{\lambda}^{-\ln 2}$ $\mathcal{A}(\lambda)=\frac{1}{2}\left(9\ln 3-10\ln 2-9\ln(1+e^{\lambda})-\ln(1-e^{\lambda})\right)u.a$	
	0,25	$\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)=\left(\frac{9}{2}\ln 3-5\ln 2\right)u.a$	
1	0,25	من أجل كلّ x من $]1;+\infty[$ ، $g(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$	(5
	0,25×2	$g'(x)=\frac{1}{x}f'(\ln x)$ ، $g'(x)=\frac{2(x-2)(2x-1)}{(x^2-1)^2}$ g متناقصة تماما على $]1\,;2]$ ومتزايدة تماما على $[2\,;+\infty[$	
	0,25	جدول التغيّرات: 	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

WWW.DZPEN.COM - قلم الجزائر