الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

---

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: علوم تجريبية

---

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

---

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأوّل

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

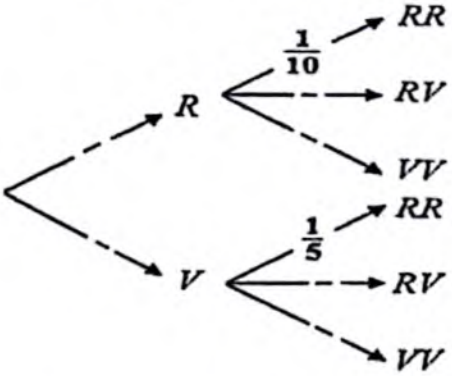
يحتوي صندوق $U_1$ على 5 كريّات منها: كريّتان حمراوان وثلاث كريّات خضراء، ويحتوي صندوق $U_2$ على 5 كريّات منها: ثلاث كريّات حمراء وكريّتان خضراوان (جميع الكريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس).

نسحب عشوائيا 3 كريّات بالكيفية التّالية: نقوم بسحب كريّة واحدة من $U_1$ ونسجّل لونها.

- إذا كانت الكريّة المسحوبة حمراء نعيدها إلى $U_1$ ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد.
- وإذا كانت الكريّة المسحوبة خضراء نضعها في $U_2$ ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد.

نعتبر الحوادث $R$: « الحصول على كريّة حمراء » ، $V$: « الحصول على كريّة خضراء »

$A$: « الحصول على 3 كريّات من نفس اللّون » ، $B$: « الحصول على كريّة خضراء على الأقل »



1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) احسب احتمالي الحادثتين $A$ و $B$

3) $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات بالكيفية السّابقة عدد الكريّات الحمراء المسحوبة.

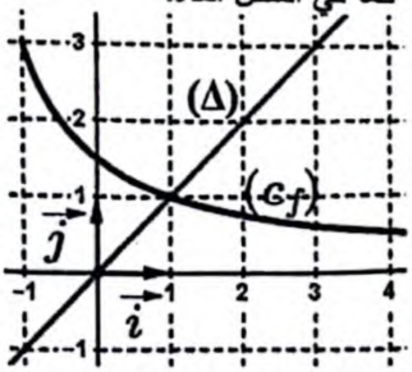
- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثمّ احسب أمله الرياضياتي.

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

1) $f$ الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{3}{x+2}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما في الشّكل أدناه.

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ:

$u_0=-1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$



أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ (دون حسابها مبرزا خطوط التّمثيل).

ب) ضع تخمينا حول اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

2) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{1-u_n}{3+u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسيّة أساسها $-\frac{1}{3}$ ثمّ اكتب $v_n$ بدلالة $n$

ب) استنتج كتابة $u_n$ بدلالة $n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) احسب بدلالة $n$ كلّا من $S_n$ و $T_n$ حيث: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\ln|v_0|+\ln|v_1|+\cdots+\ln|v_n|$

**التمرين الثالث: ( 05 نقاط )**

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $(iz+2)\left(z^2+2\sqrt{3}\,z+4\right)=0$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و $A$ ، $B$ ، $C$ نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ حيث: $z_A=2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ) اكتب كلاً من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشّكل المثلّثي.

ب) استنتج أنّ النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) حدّد طبيعة المثلث $ABC$ ثمّ عيّن لاحقة مركز ثقله.

3) $z$ عدد مركّب حيث: $z=(\cos\theta+i\sin\theta)z_A$ و $\theta$ عدد حقيقي مع $0<\theta<\frac{\pi}{2}$

- عيّن قيمة $\theta$ بحيث يكون $\frac{5\pi}{6}$ عمدة للعدد $z$

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

$f$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{2x}-e^x-x-2$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( وحدة الطول $2cm$ ).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة: $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $-\infty$

جـ) ادرس الوضع النّسبي للمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=(e^x-1)(2e^x+1)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المنحني $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ$(\Delta)$، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلّين فقط $\alpha$ و $\beta$ ثمّ تحقّق أنّ: $-2,2<\alpha<-2,1$ و $0,8<\beta<0,9$

5) بيّن أنّ المنحني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثييها.

6) أ) ارسم كلاً من $(\Delta)$ ، $(T)$ و $(C_f)$

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $e^{2x}-e^x-m-2=0$

7) احسب بـالسّنتيمتر المربّع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-x-2$ ، $x=-1$ و $x=0$

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

1) انشر $(1+i)^2$ ثمّ حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $z^2=8i$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و $A$ ، $B$ ، $C$ نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ حيث: $z_A=2+2i$ ، $z_B=-z_A$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ) اكتب كُلاًّ من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل المثلثي.

ب) استنتج أنّ النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) تحقّق أنّ: $z_A-z_C=i(z_B-z_C)$ ثمّ حدّد طبيعة المثلّث $ABC$

4) عيّن $z_D$ ، $z_E$ لاحقتي النّقطتين $D$ ، $E$ على التّرتيب حتى تكون النقطة $C$ مركز المربّع $ABDE$

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

I) يحتوي صندوق $U_1$ على 6 كريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: 3 كريّات خضراء وكريّتان حمراوان وكريّة بيضاء واحدة. نسحب عشوائيا من الصندوق $U_1$ كريّتين في آن واحد ونعتبر الحادثتين:

$E$ : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، $F$ : « الحصول على كريّتين من نفس اللّون ».

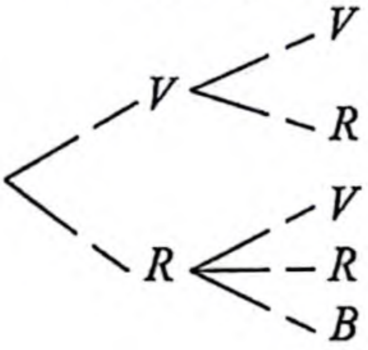
1) احسب $P(E)$ احتمال الحادثة $E$

2) بيّن أنّ $P(F)$ احتمال الحادثة $F$ يساوي $\frac{4}{15}$ ثمّ استنتج احتمال الحصول على كريّتين من لونين مختلفين.

II) يحتوي صندوق آخر $U_2$ على 6 كريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: 4 كريّات خضراء وكريّتان حمراوان.

نرمز بـ $V$ ، $R$ ، $B$ إلى خضراء، حمراء، بيضاء على الترتيب، ونسحب عشوائيا من $U_2$ كريّة واحدة ونسجّل لونها.

- إذا كانت الكريّة المسحوبة خضراء، نسحب كريّة أخرى من $U_2$ دون إرجاع الكريّة الأولى.
- وإذا كانت الكريّة المسحوبة حمراء، نسحب كريّة واحدة من $U_1$



1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أ) ما احتمال الحصول على كريّة حمراء في السّحب الثاني؟

ب) بيّن أنّ احتمال الحصول على كريّة خضراء في السّحب الأول علما أنّ الكريّة الثانية المسحوبة حمراء يساوي $\frac{12}{17}$

### التمرين الثالث: ( 05 نقاط )

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{5x}{2x+1}$

2) $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب الحدّين $u_1$ و $u_2$ ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $2<u_n\leq 3$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

3) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3^n\left(1 - \frac{2}{u_n}\right)$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسيّة أساسها $\frac{3}{5}$ ثمّ اكتب $v_n$ بدلالة $n$

ب) استنتج بدلالة $n$ حساب المجموع $S_n$ حيث: $S_n = v_0 + 5v_1 + 5^2 v_2 + \cdots + 5^n v_n$

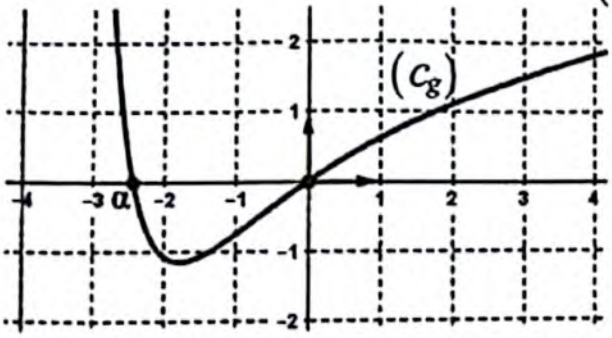
جـ) اكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $\frac{6}{u_n} = 3 - \frac{1}{5^n}$

ب) استنتج بدلالة $n$ حساب المجموع $T_n$ حيث: $T_n = \frac{6}{u_0} + \frac{6}{u_1} + \cdots + \frac{6}{u_n}$

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

I) $g$ الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 + (x^2 + 8x)\ln(x+4)}{(x+4)^2}$



تمثيلها البياني $(C_g)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $0$ كما في الشّكل المقابل.

1) بقراءة بيانية، حدّد إشارة $g(x)$ على $]-4;+\infty[$

2) تحقّق أنّ: $-2{,}5 < \alpha < -2{,}4$

II) $f$ الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 \ln(x+4)}{x+4}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ >}} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x$ من $]-4;+\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) عيّن فاصلتي نقطتي تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل.

ب) احسب $f(2)$ ، $f(4)$ ثمّ ارسم $(C_f)$ ( نأخذ: $f(\alpha) \simeq 1{,}7$ )

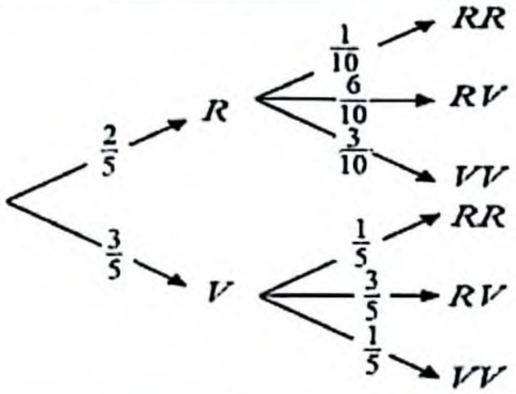
4) عيّن قيم العدد الحقيقي الموجب تماما $m$ حتى يكون للمعادلة: $f(x) = \ln m$ ثلاثة حلول مختلفة.

5) $h$ الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{(x^2+1)\ln(x+4)}{x+4}$ ، $(C_h)$ تمثيلها البياني.

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x$ من $[-3;0]$ ، $h(x) - f(x) \geq 0$

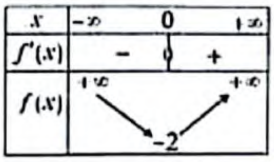
ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ $(C_f)$ ، $(C_h)$ والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = -3$ و $x = 0$

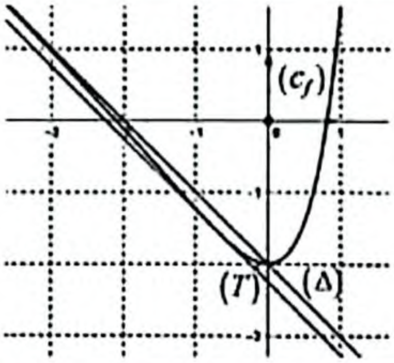
**انتهى الموضوع الثّاني**

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>العلامة</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول ( 04 نقاط )</td></tr>
<tr><td>(1</td><td>الشّجرة:<br> </td><td>$0,25\times6$</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>$P(A)=\frac{4}{25}$ ، $P(B)=1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}$</td><td>$0.5\times2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3</td><td>$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$<br><table><tr><td>$x_i$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{3}{25}$</td><td>$\frac{12}{25}$</td><td>$\frac{9}{25}$</td><td>$\frac{1}{25}$</td></tr></table></td><td>0,25<br>$0,25\times4$</td><td rowspan="2">1,5</td></tr>
<tr><td>$E(X)=\frac{33}{25}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني ( 04 نقاط )</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(1</td><td>أ) تمثيل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$</td><td>0,5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) $(u_n)$ ليست رتيبة ومتقاربة.</td><td>$0,25\times2$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2</td><td>أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $V_{n+1}=-\frac{1}{3}V_n$<br>$V_n=\left(-\frac{1}{3}\right)^n$</td><td>0,5<br>0,5</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب) $u_n=\frac{1-3\left(-\frac{1}{3}\right)^n}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}=\frac{1-3V_n}{1+V_n}$ أو $u_n=-3+\frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$<br>$\lim_{n\to+\infty}u_n=1$</td><td>0,5<br>0,5</td></tr>
<tr><td>(3</td><td>$S_n=\frac{3}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$<br>$T_n=-\frac{1}{2}n(n+1)\ln3$</td><td>0,5<br>0,5</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث ( 05 نقاط )</td></tr>
<tr><td>(1</td><td>$S=\left\{2i;-\sqrt{3}-i;-\sqrt{3}+i\right\}$</td><td>$0,5\times3$</td><td>1,5</td></tr>
</table>

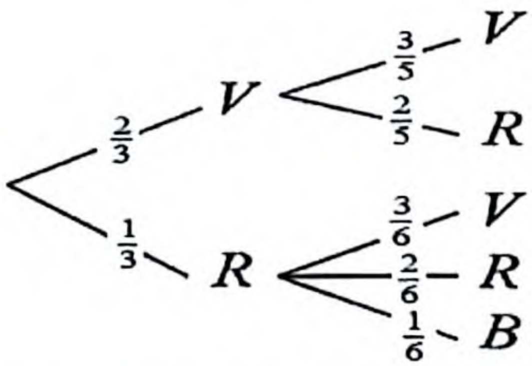
| | | | |
|---|---|---|---|
| (2 | أ) $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$<br>$z_C=2\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ | 0,5×3 | 3 |
| | ب) $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2$<br>ومنه: النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها 2 | 0,25<br>0,5 | |
| | جـ) المثلث $ABC$ متساوي الساقين.<br>لاحقة مركز ثقله هي: $\frac{-2\sqrt{3}}{3}+\frac{2}{3}i$ | 0,5<br>0,25 | |
| (3 | $\arg(z)=\theta+\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ ومنه: $\theta+\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{6}$ أي: $\theta=\frac{\pi}{3}$ | 0,25×2 | 0,5 |

## التمرين الرابع ( 07 نقاط )

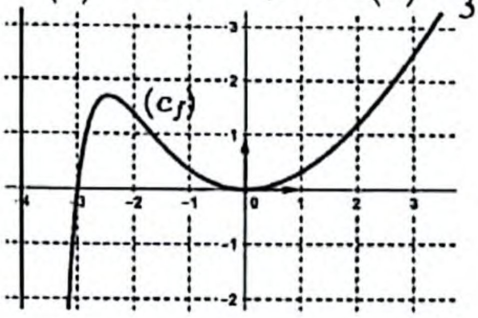
| | | | |
|---|---|---|---|
| (1 | أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ | 0,25×2 | 1,25 |
| | ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x-2)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{2x}-e^{x}\right)=0$<br>أي: $(\Delta)$ ذو المعادلة: $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $-\infty$ | 0,25 | |
| | جـ) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f(x)-(-x-2)=e^{x}\left(e^{x}-1\right)$<br>لمّا $x=0$ : $(\Delta)$ يقطع $(C_f)$ في $A(0;-2)$<br>لمّا $x<0$ : $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ ولمّا $x>0$ : $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ | 0,5 | |
| (2 | أ) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=\left(e^{x}-1\right)\left(2e^{x}+1\right)$ | 0,5 | 1,25 |
| | ب) الدالة $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$<br>جدول التغيرات:  | 0,5<br>0,25 | |
| (3 | $f'(x)=-1$ تكافئ $x=-\ln 2$ ، $(T): y=-x-\frac{9}{4}$ | 0,5+0,25 | 0,75 |
| (4 | $f$ مستمرة على $\mathbb{R}$ ورتيبة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;0]$ و $[0;+\infty[$<br>وتغير إشارتها على كلّ منهما، ومنه: للمعادلة $f(x)=0$ حلان $\alpha$ و $\beta$ في $\mathbb{R}$<br>وبما أنّ $f(-2,2)\times f(-2,1)<0$ فإنّ $-2,2<\alpha<-2,1$<br>وبما أنّ $f(0,8)\times f(0,9)<0$ فإنّ $0,8<\beta<0,9$ | 0,25<br>0,25×2<br>0,25×2 | 1,25 |
| (5 | من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f''(x)=e^{x}\left(4e^{x}-1\right)$ .<br>$f''$ تنعدم وتغير إشارتها عند $-\ln 4$ و $B\left(-\ln 4;-\frac{35}{16}+\ln 4\right)$ نقطة الانعطاف. | 0,25×2 | 0,5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (6 | أ) رسم $(\Delta)$ ، $(T)$<br>رسم $(C_f)$<br> | $0,25\times2$<br>$0,5$ | 1,5 |
| | ب) $e^{2x}-e^{x}-m-2=0$ تكافئ $f(x)=-x+m$<br>$m<-\frac{9}{4}$ : لا توجد حلول ، $m=-\frac{9}{4}$ أو $m\geq-2$ : يوجد حل واحد.<br>$-\frac{9}{4}<m<-2$ : يوجد حلان مختلفان. | $0,5$ | |
| (7 | $\mathcal{A}=4\int_{-1}^{0}\left((-x-2)-f(x)\right)dx=\left(2-\frac{4}{e}+\frac{2}{e^2}\right)cm^2$ | $0,5$ | $0,5$ |

**ملاحظة:** تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

| | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني ) | العلامة | |
|---|---|---|---|
| | | مجزأة | العلامة |
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| (1 | $(1+i)^2=2i$<br>$z^2=8i$ تكافئ $z=2+2i$ أو $z=-2-2i$ | 0,25<br>0,25×3 | 1 |
| (2 | أ) $z_A=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ، $z_B=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$<br>$z_C=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ | 0,25×3 | 1,5 |
| | ب) $\|z_A\|=\|z_B\|=\|z_C\|=2\sqrt{2}$<br>النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى الدّائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ | 0,25<br>0,25×2 | |
| (3 | التحقق أنّ: $z_A-z_C=i(z_B-z_C)=4$<br>لدينا: $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}=i$ ومنه المثلث $ABC$ قائم في $C$ ومتساوي الساقين. | 0,5<br>0,25×2 | 1 |
| (4 | $z_C=\frac{z_A+z_D}{2}$ تكافئ $z_D=-6+2i$<br>$z_C=\frac{z_B+z_E}{2}$ تكافئ $z_E=-2+6i$ | 0,25×2 | 0,5 |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| (I<br>(1 | عدد الحالات الممكنة: $C_6^2=15$ ، $P(E)=\frac{C_2^1\times C_4^1}{C_6^2}=\frac{8}{15}$ | 0,5×2 | 1 |
| (2 | $P(F)=\frac{C_2^2+C_3^2}{C_6^2}=\frac{4}{15}$ ، $P(\overline{F})=1-P(F)=\frac{11}{15}$ | 0,5×2 | 1 |
| (II<br>(1 | الشّجرة:  | 0,5+0,25×2 | 1 |
| (2 | أ) احتمال الحصول على كرية حمراء في السحب الثاني هو $p_1$ حيث:<br>$p_1=\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{17}{45}$ | 0,25×2 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ب) احتمال الحصول على كرية خضراء في السحب الأول علما أنّ الكرية الثانية المسحوبة حمراء هو $p_2$ حيث: $p_2=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}}{p_1}=\frac{12}{17}$ | 0,25×2 | |
| **التمرين الثالث( 05 نقاط )** | | | |
| (1 | لدينا: $f'(x)=\frac{5}{(2x+1)^2}$ ومنه: $f$ متزايدة تماما. | 0,25×2 | 0,5 |
| (2 | أ) $u_1=\frac{15}{7}$ و $u_2=\frac{75}{37}$ ، التخمين: $(u_n)$ متناقصة تماما. | 0,25×3 | 2 |
| | ب) البرهان بالتّراجع أنّ: $2<u_n\leq 3$ | 0,5+0,25 | |
| | جـ) $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(2-u_n)}{2u_n+1}$ ، $(u_n)$ متناقصة تماما. | 0,5 | |
| (3 | أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$، $v_{n+1}=\frac{3}{5}v_n$ ، $(v_n)$ هندسيّة أساسها $\frac{3}{5}$<br>$v_0=\frac{1}{3}$ و $v_n=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}\right)^n$ | 0,5<br>0,25×2 | 2 |
| | ب) $S_n=\frac{1}{6}\left(3^{n+1}-1\right)$ | 0,5 | |
| | جـ) عبارة $u_n$ : $u_n=\frac{6}{3-\left(\frac{1}{5}\right)^n}$ ، $\lim_{n\to+\infty}u_n=2$ | 0,25×2 | |
| (4 | أ) التحقّق أنّ: $\frac{6}{u_n}=3-\frac{1}{5^n}$ | 0,25 | 0,5 |
| | ب) $T_n=3(n+1)-\frac{5}{4}\left[1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right]=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n+3n+\frac{7}{4}$ | 0,25 | |
| **التمرين الرابع ( 07 نقاط )** | | | |
| I) (1 | إشارة $g(x)$: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -4 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline g(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$ | 0,5 | 0,5 |
| (2 | لدينا: $g(-2,5)=0,3$ و $g(-2,4)=-0,22$ ومنه:<br>$-2,5<\alpha<-2,4$ | 0,25×2 | 0,5 |
| II) (1 | $\lim_{x\overset{>}{\to}-4}f(x)=-\infty$ ، تبيان أن: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | 0,5×2 | 1 |
| (2 | أ) من أجل كلّ $x$ من $]-4;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$ | 0,75 | 1,75 |
| | ب) $f$ متناقصة تماما على $[\alpha;0]$<br>ومتزايدة تماما على كل من $[0;+\infty[$ و $]-4;\alpha]$ | 0,5 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | جدول التغيرات: <br> $\begin{array}{cccccccc} x & -4 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & & & f(\alpha) & & & & +\infty \\ & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & 0 & & \end{array}$ | 0,5 | |
| 3) | أ) $f(x)=0$ تكافئ $x\in\{-3;0\}$ | 0,25×2 | 1,75 |
| | ب) $f(2)=\frac{2}{3}\ln 6\simeq 1,2$ ، $f(4)=6\ln 2\simeq 4,2$ <br> رسم $(c_f)$: <br>  | 0,25×2 <br> 0,75 | |
| 4) | للمعادلة: $f(x)=\ln m$ ثلاثة حلول مختلفة من أجل $1<m<e^{f(\alpha)}$ | 0,5 | 0,5 |
| 5) | أ) تبيان أنّه: من أجل كلّ $x$ من $[-3;0]$ ، $h(x)-f(x)\geq 0$ | 0,5 | 1 |
| | ب) حساب مساحة: $\mathcal{A}=\int_{-3}^{0}\frac{\ln(x+4)}{x+4}\,dx=2(\ln 2)^2\,u.a$ | 0,5 | |

**ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.**