امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: 2024

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كريّة متماثلة لا نفرّق بينها باللمس موزعة كما يلي: كريّتان بيضاوان مرقمتان بـ: 1 ، 3 وأربع كريّات حمراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 وخمس كريّات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 ، 4

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريّات من الكيس ونعتبر الحوادث الآتية:

A : " الحصول على 3 كريّات من نفس اللون " ، B : " الحصول على 3 كريّات جُداء أرقامها عدد فردي "

C : " الحصول على 3 كريّات جُداء أرقامها عدد زوجي "

1) أ) احسب $P(A)$ احتمال الحادثة A و بيّن أنّ: $P(B)=\dfrac{56}{165}$ ثمّ استنتج $P(C)$

ب) احسب الاحتمال الشرطي $P_A(B)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل رقما زوجيا.

أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحادثة $(X>1)$

II) نسحب الآن من الكيس عشوائيا 3 كريّات على التوالي وبدون إرجاع.

– احسب احتمال الحادثة D : " الحصول على 3 كريّات جُداء أرقامها معدوم "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$\left(z-1+2\sqrt{3}\right)\left[z^2-2\left(1-\sqrt{3}\right)z+5-2\sqrt{3}\right]=0$$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=1-\sqrt{3}+i$ ، $z_B=1-2\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_A}$

1) اكتب كلّا من z_A-1 ، z_C-1 و z_B على الشكل المثلثي.

2) جِد لاحقة النقطة D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

3) بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ معيّن.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{4-u_n}{2+u_n}$

1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 2$

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+4}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\dfrac{2}{3}$ ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=\dfrac{5}{1-v_n}-4$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع:

$$S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2024} \quad \text{و} \quad T_n=\frac{1}{4+u_n}+\frac{1}{4+u_{n+1}}+\cdots+\frac{1}{4+u_{n+2024}}$$

– احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج T_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) يُمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x\,e^{-x+1}-2$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$g(1)$	↘ -2

– احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-2x+3-x\,e^{-x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-2x+3$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-e^{-x+1}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=-2x+m$ حلّين مختلفين.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_0^1 x\,e^{-x+1}\,dx=e-2$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 5 قطع كهربائية غير متمايزة ولا نفرق بينها باللمس، منها 3 قطع سليمة وقطعتان غير سليمتين.

نرمز إلى القطعة السليمة بالرّمز S وإلى القطعة غير السليمة بالرّمز $\overline{S}$

نسحب عشوائيا من الكيس 3 قطع على التوالي مع الإرجاع ، ونعتبر الحوادث:

A : " القطعة الأولى المسحوبة سليمة " ، B : " سحب قطعة واحدة فقط سليمة "

C : " القطعة الثالثة المسحوبة سليمة "

1) شكّل شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه التجربة.

2) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B ثمّ بيّن أنّ: $P(C)=\frac{3}{5}$

3) احسب الاحتمال الشرطي $P_C(A)$ ، هل الحادثتان A و C مستقلتان ؟

4) نُرفق بكل قطعة سليمة العدد 10 وبكل قطعة غير سليمة العدد -10 ، ونعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب من الكيس لثلاث قطع مجموع الأعداد المرفقة بها.

أ) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: -30 ، -10 ، 10 ، 30

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي:

1) z عدد مركب مرافقه $\overline{z}$ ، مرافق العدد المركب $z+i$ هو:

أ) $\overline{z}-i$ ب) $\overline{z}+i$ جـ) $z-i$

2) العدد المركب $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}$ يساوي: أ) 1 ب) i جـ) -1

3) z عدد مركب حيث $z=2\left(1+i\sqrt{3}\right)$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع: $S_n=\ln|z|+\ln|z|^2+\dots+\ln|z|^n$ ، لدينا:

أ) $S_n=(n+1)^2\ln 2$ ب) $S_n=n(n+1)\ln 2$ جـ) $S_n=2\left(\frac{1-(2\ln 2)^n}{1-2\ln 2}\right)\ln 2$

4) z عدد مركب حيث: $z=\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}$ ، الشّكل المثلثي للعدد المركب z هو:

أ) $-\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ ب) $\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ جـ) $\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) f الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x+1}{2x}$

– شكّل جدول تغيرات الدّالة f ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ x من $]2;+\infty[$ فإنّ $\frac{1}{2}<f(x)\leq\frac{3}{4}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $n \geq 2$ بـ : $u_n = \dfrac{n}{2^n}$

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإنّ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{3}{4}$

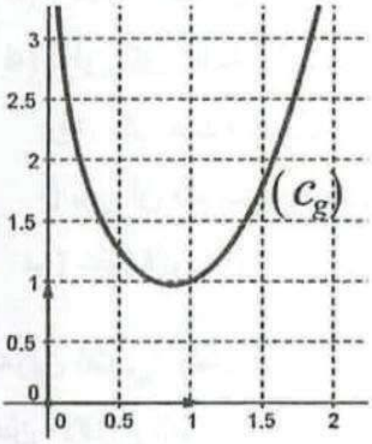
ب) أثبت أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإنّ $u_n \leq \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-2}$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

جـ) نضع من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$: $S_n = \dfrac{u_2}{2} + \dfrac{u_3}{3} + \ldots + \dfrac{u_n}{n}$

– بيّن أنّ: $S_n = \dfrac{1}{2}\left(1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ ثمّ عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = \dfrac{511}{1024}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{1}{2} - \ln x$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما في الشّكل.



– بقراءة بيانية ، عيّن إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -x - \dfrac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

2) أ) بيّن أنه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ فإنّ $f'(x) = \dfrac{-2g(x)}{x^3}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

جـ) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}7 < \alpha < 0{,}71$

3) أ) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

4) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -1 ، يطلب تعيين معادلة له.

5) أ) ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) m وسيط حقيقي، عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة: $\dfrac{\ln x}{x^2} = m$ حلّين مختلفين.

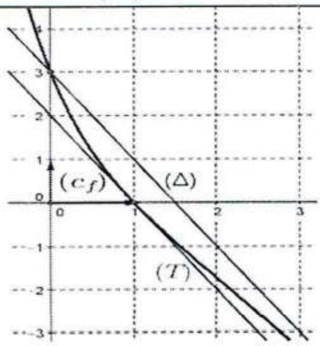
6) أ) أثبت أنّ الدّالة $H : x \mapsto \dfrac{-1 - \ln x}{x}$ هي دالة أصلية للدّالة $h : x \mapsto \dfrac{\ln x}{x^2}$ على $]0;+\infty[$

ب) $\mathcal{A}(\alpha)$ المساحة بالسنتيمتر المربع للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = -x$ ، $x = \alpha$ ، $x = 1$

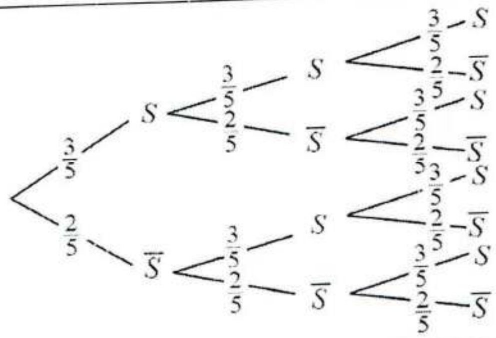
– بيّن أنّ: $\mathcal{A}(\alpha) = 4\left(\alpha^2 - \dfrac{1}{\alpha} + 1\right)$

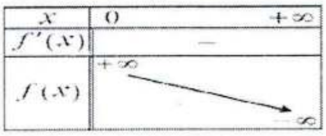
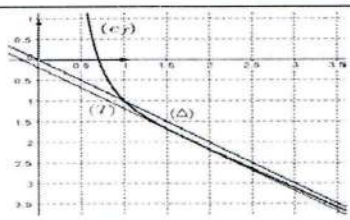
انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
I) 1)	أ) $P(A)=\dfrac{C_4^3+C_5^3}{C_{11}^3}=\dfrac{14}{165}$ ، $P(B)=\dfrac{C_8^3}{C_{11}^3}=\dfrac{56}{165}$	$0,5\times 2$	1,75
	$P(C)=1-P(B)=\dfrac{109}{165}$	$0,25$	
	ب) $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{1}{7}$	$0,5$	
2)	أ) x_i : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ؛ $P(X=x_i)$: $\dfrac{56}{165}$ ، $\dfrac{84}{165}$ ، $\dfrac{24}{165}$ ، $\dfrac{1}{165}$	$0,25\times 4$	1,75
	$E(X)=\dfrac{9}{11}$	$0,25$	
	ب) $P(X>1)=P(X=2)+P(X=3)=\dfrac{5}{33}$	$0,5$	
II)	$P(D)=1-P(\overline{D})=1-\dfrac{A_9^3}{A_{11}^3}=\dfrac{27}{55}$ أو $P(D)=\dfrac{3A_2^1\times A_9^2+3A_2^2\times A_9^1}{A_{11}^3}=\dfrac{27}{55}$	$0,5$	0,5
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
I)	$S=\left\{1-2\sqrt{3}\,;1-\sqrt{3}-i\,;1-\sqrt{3}+i\right\}$	$0,5\times 3$	1,5
II) 1)	$z_A-1=2\left(\cos\dfrac{5\pi}{6}+i\sin\dfrac{5\pi}{6}\right)$ ؛ $z_C-1=2\left(\cos\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)\right)$ ؛ $z_B=\left(2\sqrt{3}-1\right)\left(\cos\pi+i\sin\pi\right)$	$0,5\times 3$	1,5
2)	$z_D=\dfrac{z_A-z_B+z_C}{1-1+1}=1$	$0,5$	0,5
3)	$ABCD$ معيّن ($ABCD$ متوازي أضلاع و $AB=AD=2$)	$0,5$	0,5
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1)	$u_1=2$ ، $u_2=\dfrac{1}{2}$ و $u_3=\dfrac{7}{5}$	$0,25\times 3$	1,75
	البرهان بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n\le 2$	$0,75+0,25$	

(2	أ) $v_{n+1}=-\frac{2}{3}v_n$ ، $v_n=-\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$	$0,5+0,75$	$2,25$
	ب) $u_n=\frac{5}{1-v_n}-4$	$0,5$	
	$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{1+\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\right)^n}-4\right)=1$	$0,5$	
(3	$S_n=-\frac{3}{20}\left(-\frac{2}{3}\right)^n\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2025}\right)$	$0,5$	1
	$T_n=\frac{1}{5}(2025-S_n)$ ومنه $T_n=405+\frac{3}{100}\left(-\frac{2}{3}\right)^n\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2025}\right)$	$0,25\times2$	
	التمرين الرابع (07 نقاط)		
(I	$g(1)=-1$ ، من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ فإنّ $g(x)<0$	$0,5+0,25$	$0,75$
(1 (II	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$	$0,5+0,25$	$1,75$
	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-2x+3)\right]=0$	$0,25$	
	لمّا $x<0$: (C_f) أعلى (Δ) و لمّا $x>0$: (C_f) أسفل (Δ) $(\Delta)\cap(C_f)=\{I(0;3)\}$	$0,75$	
(2	أ) $f'(x)=g(x)-e^{-x+1}$	$0,5$	1
	ب) f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$	$0,25$	
	جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & -\infty \end{array}$	$0,25$	
(3	$f'(x)=-2$ تكافئ $x=1$ ، معادلة لـ (T) : $y=-2x+2$	$0,5+0,25$	$0,75$
(4	أ) الرسم رسم (Δ) و (T)	$0,25\times2$	$1,75$
	رسم (C_f) 	$0,75$	
	ب) تقبل المعادلة $f(x)=-2x+m$ حلّين مختلفين لمّا $2<m<3$	$0,5$	
(5	أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، نجد: $\int_0^1 x\,e^{-x+1}\,dx=e-2$	$0,5$	1
	ب) $\int_0^1(-2x+3-f(x))\,dx=e-2$ ومنه: $\mathcal{A}=4(e-2)\,cm^2$	$0,5$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	شجرة الاحتمالات 	$0,5$	$0,5$
2)	$P(A)=\frac{3}{5}$ ، $P(B)=3\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{36}{125}$ ، $P(C)=\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^2+2\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{5}$	$0,5\times3$	$2,25$
3)	$P(A\cap C)=\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{9}{25}$ و $P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{3}{5}$ A و C مستقلتان: $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$ أو $P_C(A)=P(A)$	$0,25\times3$	
4)	أ) تبرير أنّ قيم المتغير العشوائي هي: -30 ، -10 ، 10 ، 30.	$0,25$	$1,25$
	ب) قانون الاحتمال: $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x_i & -30 & -10 & 10 & 30 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{8}{125} & \frac{36}{125} & \frac{54}{125} & \frac{27}{125} \end{array}$	$0,75$	
	الأمل الرياضياتي: $E(X)=6$	$0,25$	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	الإجابة: أ) $\overline{z+i}=\overline{z}-i$	$0,5\times2$	1
2)	الإجابة: أ) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}=(i)^{2024}=1$	$0,5\times2$	1
3)	الإجابة: ب) $S_n=2\ln2(1+2+\cdots+n)=n(n+1)\ln2$	$0,5\times2$	1
4)	الإجابة: ج) $z=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$	$0,5\times2$	1
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1)	– جدول تغيرات الدّالة f $\begin{array}{c\|lr} x & 2 & +\infty \\ \hline f'(x) & & - \\ \hline f(x) & \frac{3}{4} \searrow & \frac{1}{2} \end{array}$	$0,25\times4$	$1,5$
	– استنتاج أنّ: من أجل كلّ $x\in[2;+\infty[$ فإنّ $\frac{1}{2}<f(x)\le\frac{3}{4}$	$0,5$	

(2	أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإنّ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = f(n)$ ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$	0,75	2
	ب) برهان أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ حيث $2 \leq n$: $u_n \leq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ ، يمكن استعمال $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n}{e^{n\ln 2}} = 0$	0,75+0,25 0,25	
	جـ) $S_n = \frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ ، $S_n = \frac{511}{1024}$ تعني: $n=10$	0,5+1	1,5
	التمرين الرابع (07 نقاط)		
(I	$g(x)$ موجب تماما على المجال $]0;+\infty[$	0,5	0,5
(1(II	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = +\infty$	0,5	0,5
(2	أ) $f'(x) = \frac{-2g(x)}{x^3}$	0,5	1,75
	ب) الدّالة f متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ جدول التغيرات 	0,25 0,25	
	جـ) f مستمرة ومتناقصة تماما على $[0,7;0,71]$ و $f(0,7)\times f(0,71) < 0$ ومنه : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,71$	0,75	
(3	أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x) = 0$ ومنه $(\Delta): y=-x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	0,25	0,75
	ب) من $f(x)+x = \frac{-\ln x}{x^2}$ نجد: (C_f) أعلى (Δ) على $]0;1[$ وأسفل (Δ) على $]1;+\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(1;-1)$	0,5	
(4	$f'(x) = -1$ تكافئ $x = \sqrt{e}$ ، ومعادلة لـ (T) : $y = -x - \frac{1}{2e}$	0,5+0,25	0,75
(5	أ) الرسم. رسم (Δ) و (T) رسم (C_f) 	0,25×2 0,5	1,5
	ب) للمعادلة: $\frac{\ln x}{x^2} = m$ حلّان مختلفان لمّا $0 < m < \frac{1}{2e}$	0,5	
(6	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $H'(x) = h(x)$	0,5	1,25
	ب) $\int_{\alpha}^{1} \frac{-\ln x}{x^2}dx = H(\alpha) - H(1) = \frac{-1-\ln\alpha}{\alpha} + 1$ من $f(\alpha) = 0$ نجد: $\ln\alpha = -\alpha^3$ ومنه $\mathcal{A}(\alpha) = 4\left(\alpha^2 - \frac{1}{\alpha} + 1\right)$	0,5 0,25	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.