



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات تحمل الأرقام 1، 1، 1، 2، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 4 كريات تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).
نختار عشوائيا أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) نعتبر الحوادث: A " سحب كريتين تحملان رقمين فرديين "، B " سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين "، C " سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا والأخرى تحمل رقما زوجيا " (أ) أنجز الشجرة التي تُنمذج هذه التجربة.

(ب) بيّن أنّ $P(A) = \frac{23}{60}$ و $P(B) = \frac{1}{12}$ ثمّ احسب $P(C)$

2) نفرغ محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق جديد U_3 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.
 X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

(أ) بَرّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{1; 2; 3; 4; 6\}$

(ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) حلّ المعادلة التفاضلية $y' = 2y + 6$ الذي يحقّق $y(\ln 2) = 25$ هو الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = 7e^{2x} - 3$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x - 1)] = +\infty$

3) القيمة المتوسطة للدالة $x \mapsto x(x^2 + 1)^2$ على المجال $[0; 2]$ هي 31

4) (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \int_n^{n+1} e^{-x+3} dx$

من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_0 + v_1 + \dots + v_n = e^3 - e^{-n+2}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = -1 + \frac{2}{2 - u_n}$

1) (أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$



(ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

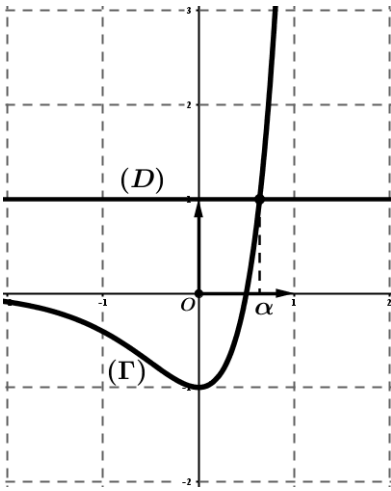
(2) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$

(أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

(ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{2^n + 1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

احسب S_n بدلالة n ثم بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n = 2^{n+1} + n$



التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) (Γ) التمثيل البياني للدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $x \mapsto (2x-1)e^{2x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ ، α هي فاصلة نقطة

تقاطع (Γ) و (D) (لاحظ الشكل المقابل)

(1) بقراءة بيانية ، حدّد وضعية (Γ) بالنسبة إلى (D)

(2) $g(x) = (2x-1)e^{2x} - 1$ الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ ثم تحقق أنّ: $0,6 < \alpha < 0,7$

(II) $f(x) = (x-1)(e^{2x} - 1)$ الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(3) (أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) (أ) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(1,4) = 6,2$ و $f(\alpha) = -0,9$)

(ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + m$

(5) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1)e^{2x} dx = \frac{3-2e}{4}$

(ب) استنتج، بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$y = -x + 1 \text{ و } x = \frac{1}{2}, x = 0$$

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، موزعة كما يلي: 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 1، 1، 2، و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 2، 2، و 4 كريات خضراء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 2، نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:
" A الحصول على كرتين من نفس اللون " ، " B الحصول على كرية خضراء على الأقل " " C الحصول على كرتين تحملان رقمين زوجيين "

(1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$

ب) احسب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A \cap C)$. هل الحدثان A و C مستقلان؟

ج) استنتج احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون علما أنّهما تحملان رقمين زوجيين.

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{2; 3; 4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) حلا المعادلة $8z^2 - 4z + 1 = 0$ ذات المجهول z في \mathbb{C} هما:

أ) $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ ب) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ ج) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

(2) الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1 + \sqrt{3} + i}{1 - i}$ هو:

أ) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{2} - i \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i \left(\frac{-2 + \sqrt{3}}{2} \right)$

(3) الجذران التربيعيان للعدد المركب $-8 + 6i$ هما:

أ) $1 + 3i$ و $-1 - 3i$ ب) $1 + 3i$ و $1 - 3i$ ج) $3 + i$ و $-3 - i$

(4) الشكل المثلثي للعدد المركب $\frac{1 + i}{\sqrt{3} - i}$ هو:

أ) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 1$

(1) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n < 5$

ب) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما.



(2) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 5$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n + 5$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = 5n - 20\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = ((\ln x)^2 - 3) \ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنّه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{3(-1 + \ln x)(1 + \ln x)}{x}$

(ب) حلّ في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة ذات المجهول x : $(-1 + \ln x)(1 + \ln x) > 0$

(ج) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماماً على كلّ من المجالين $]0; e^{-1}[$ و $]e; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على

المجال $[e^{-1}; e]$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) (أ) عيّن معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(ج) ارسم (T) و (C_f) على المجال $]0; e^2]$

(4) F الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $F(x) = x((\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 3\ln x - 3)$

(أ) تحقق أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

(ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

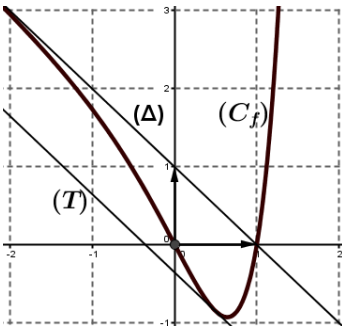
$$x = e \text{ و } x = 1$$

(5) h الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = ((\ln x)^2 - 3)|\ln x|$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه على المجال $]0; e^2]$

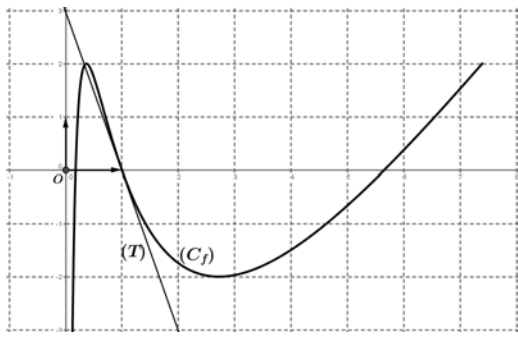
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)												
مجموع	مجزأة													
التمرين الأول (04 نقاط)														
2	0.75	<p>(أ) إنجاز الشجرة التي تتمذج التجربة</p>												
	2 × 0.5 0.25	<p>(ب) $P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ ، $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{23}{60}$</p> <p>$P(C) = 1 - (P(A) + P(B)) = \frac{8}{15}$</p>												
2	0.5	(أ) تبرير عناصر المجموعة {1;2;3;4;6}												
	5 × 0.25	<p>(ب)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{10}{36}$</td> <td>$\frac{15}{36}$</td> <td>$\frac{5}{36}$</td> <td>$\frac{3}{36}$</td> <td>$\frac{3}{36}$</td> </tr> </table>	x_i	1	2	3	4	6	$P(X = x_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{36}$
	x_i	1	2	3	4	6								
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{36}$									
0.25	$E(X) = \frac{85}{36}$													
التمرين الثاني (04 نقاط)														
1	2 × 0.5	صحيح لأن: $h(\ln 2) = 25$ و $h(x) = ke^{2x} - 3$												
1	2 × 0.5	<p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln e^x - \ln(e^x - 1)]$</p> <p>خاطئ لأن:</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{e^x}{e^x - 1} = 0$</p> <p>أو</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x(1 - e^{-x}))]$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-\ln(1 - e^{-x})] = 0$</p>												
1	2 × 0.5	خاطئ لأن: $\frac{1}{2-0} \int_0^2 x(x^2+1)^2 dx = \left[\frac{1}{12} (x^2+1)^3 \right]_0^2 = \frac{31}{3}$												
1	2 × 0.5	صحيح لأن:												
1	2 × 0.5	<p>$v_0 + v_1 + \dots + v_n = \int_0^1 e^{-x+3} dx + \int_1^2 e^{-x+3} dx + \dots + \int_n^{n+1} e^{-x+3} dx$</p> <p>$= \int_0^{n+1} e^{-x+3} dx = [-e^{-x+3}]_0^{n+1} = e^3 - e^{-n+2}$</p>												

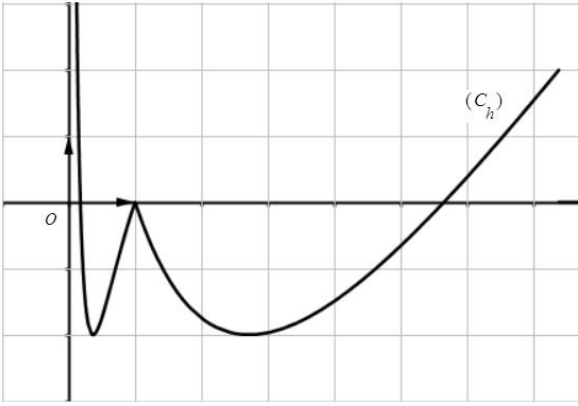
التمرين الثالث (05 نقاط)														
1.5	0.25	أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية إثبات صحة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)	1											
	0.75													
	0.5	ب) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)u_n}{2 - u_n}$ ، ومنه (u_n) متناقصة تماما												
2	0.5	أ) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{2(1-u_n)}{u_n} = 2\left(\frac{1}{u_n} - 1\right) = 2v_n$ ، $v_n = v_0 \times q^n = 2^n$	2											
	2 × 0.25													
	2 × 0.5	ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{v_n + 1} = \frac{1}{2^n + 1}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$												
1.5	0.5 + 1	$T_n = S_n + (n+1) = 2^{n+1} + n$ و $S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = 2^{n+1} - 1$	3											
التمرين الرابع (07 نقاط)														
0.5	0.25	على المجال $]-\infty; \alpha[$ (Γ) أسفل (D) على المجال $]\alpha; +\infty[$ (Γ) أعلى (D) $(D) \cap (\Gamma) = \{A(\alpha; 1)\}$ و	1 (I)											
	0.25													
0.5	0.25	إشارة $g(x)$	2											
	0.25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>\emptyset</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	-	\emptyset	+			
x	$-\infty$	α	$+\infty$											
$g(x)$	-	\emptyset	+											
	0.25	$g(0,6) = -0,34$ و $g(0,7) \approx 0,62$ ومنه: $0,6 < \alpha < 0,7$												
0.5	2 × 0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1 (II)											
1	0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x+1)] = 0$	2											
	3 × 0.25	ب) على $]-\infty; 1[$ (C_f) أسفل (Δ) وعلى $]1; +\infty[$ (C_f) أعلى (Δ) (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1; 0)$												
1.5	0.25	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$	3											
	2 × 0.25	ب) f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha[$ ومتزايدة تماما على $]\alpha; +\infty[$												
	0.25	جدول التغيرات												
	2 × 0.25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>\emptyset</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	\emptyset	+	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$
x	$-\infty$	α	$+\infty$											
$f'(x)$	-	\emptyset	+											
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$											
	2 × 0.25	ج) حلّ المعادلة $f'(x) = -1$ ، معادلة (T) : $y = -x + 1 - \frac{e}{2}$												

2	2 × 0.25	(أ) فاصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما: 0 و 1	4
	0.25 0.25 0.50	 <p>(ب) الرسم: رسم (Δ) رسم (T) رسم (C_f)</p>	
	0.50	(ج) لِمَا $m < 1 - \frac{1}{2}e$ لا توجد حلول و لِمَا $m = 1 - \frac{1}{2}e$ يوجد حلّ وحيد لِمَا $1 - \frac{1}{2}e < m < 1$ يوجد حلان و لِمَا $m \geq 1$ يوجد حلّ وحيد	
1	2 × 0.25	(أ) تبيان أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1) e^{2x} dx = \frac{1}{4} [(2x-3) e^{2x}]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{3-2e}{4}$	5
	2 × 0.25	(ب) $\mathcal{A} = \int_0^{\frac{1}{2}} [-x+1-f(x)] dx = -\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1) e^{2x} dx$ $= \frac{2e-3}{4} \times 4 cm^2 = (2e-3) cm^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)							
مجموع	مجزأة								
التمرين الأول (04 نقاط)									
2.75	2 × 0.5	$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{3}$ و $P(A) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{4}{15}$ (أ)	1						
	2 × 0.5	$P(A \cap C) = \frac{C_3^2 + C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{4}{45}$ و $P(C) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$ (ب)							
	0.25	الحدثان A و C مستقلان لأن $P(A \cap C) = P(A) \times P(C)$							
	2 × 0.25	(ج) $P_C(A) = P(A) = \frac{4}{15}$ ، لأن A و C مستقلان							
1.25	0.25	(أ) تبرير عناصر المجموعة {2; 3; 4}	2						
	4 × 0.25	$E(X) = \frac{16}{5}$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x_i</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{6}{45}$</td> <td>$\frac{24}{45}$</td> <td>$\frac{15}{45}$</td> </tr> </table>		x_i	2	3	4	$P(X=x_i)$	$\frac{6}{45}$
x_i	2	3	4						
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{45}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{15}{45}$						
التمرين الثاني (04 نقاط)									
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو (ج) لأن: $\Delta = -16$ ، $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ و $z_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$	1						
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو (أ) لأن: $\frac{1 + \sqrt{3} + i}{1 - i} \times \frac{1 + i}{1 + i} = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$	2						
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو (أ) لأن: $(-1 - 3i) = -(1 + 3i)$ و $(1 + 3i)^2 = -8 + 6i$	3						
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو (ب) لأن: $\arg\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right) = \arg(1+i) - \arg(\sqrt{3}-i)$ و $\left \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right = \frac{\sqrt{2}}{2}$	4						
التمرين الثالث (05 نقاط)									
1.5	0.25	(أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية	1						
	0.75	إثبات صحة الاستلزام (إثبات أن الخاصية وراثية)							
	0.5	(ب) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}(5 - u_n)$ ومنه (u_n) متزايدة تماما							
2	0.5	(أ) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_{n+1} = u_{n+1} - 5 = \frac{4}{5}u_n - 4 = \frac{4}{5}(u_n - 5) = \frac{4}{5}v_n$ ، و $v_0 = -5$	2						
	0.25	(ب) $v_n = v_0 \times q^n = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n$ و $u_n = v_n + 5 = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n + 5$							
	2 × 0.5	(ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n = 0$							
	0.25								

1.5	1 0.5	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = -25 \left[1 - \left(\frac{4}{5} \right)^{n+1} \right]$ $T_n = S_n + 5(n+1) = 5n - 20 \left[1 - \left(\frac{4}{5} \right)^n \right] \text{ و}$	3															
التمرين الرابع (07 نقاط)																		
1.25	0.25 + 0.5 0.5	<p>أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C_f)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>	1															
2.25	0.5 0.5 0.25 0.25	<p>أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$ ،</p> <p>ب) مجموعة حلول المترابحة هي $]0; e^{-1}[\cup]e; +\infty[$</p> <p>ج) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0; e^{-1}[$ و $]e; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[e^{-1}; e]$</p>	2															
	0.75	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>e^{-1}</td> <td>e</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>-2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">جدول التغيرات</p>	x	0	e^{-1}	e	$+\infty$	$f'(x)$		+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	
x	0	e^{-1}	e	$+\infty$														
$f'(x)$		+	0	-														
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$														
	2 × 0.25 3 × 0.25	<p>أ) معادلة لـ (T) : $y = f'(1)(x-1) + f'(1) = -3x + 3$</p> <p>ب) فواصل نقط تقاطع (C_f) مع $(x'x)$ هي: 1 ، $e^{-\sqrt{3}}$ و $e^{\sqrt{3}}$</p>																
2	0.25 0.5	 <p>ج) الرسم:</p> <p>رسم (T)</p> <p>رسم (C_f)</p>	3															
0.75	0.25 2 × 0.25	<p>أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$ ،</p> <p>ب) $\mathcal{A} = -\int_1^e f(x) dx = -[F(e) - F(1)] = (2e - 3)u.a$</p>	4															

0.75	0.25 0.25 0.25	<p>على $]0; 1]$: $h(x) = -f(x)$ ومنه (C_h) يناظر (C_f) بالنسبة إلى $(x'x)$ على $[1; +\infty[$: $h(x) = f(x)$ ومنه (C_h) ينطبق على (C_f)</p> <p>رسم (C_h)</p> 	5
------	----------------------	--	---

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط