

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتيهما على

$$\text{الترتيب : } 2x + y - z + 1 = 0 \text{ و } x - 2y + z - 2 = 0.$$

1) بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق : $d(M, (P)) = d(M, (P'))$

حيث $d(M, (P))$ المسافة بين النقطة M والمستوي (P) ، $d(M, (P'))$ المسافة بين M و (P') .

3) تحقق أن النقطة $A(1; 2; 0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

4) H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين (P) و (P') على الترتيب.

أ - جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH') .

ب - استنتج إحداثيات كل من النقطتين H و H' .

5) عين إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثم احسب مساحة المثلث AHH' .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{2x+8}$.
(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) عين إحداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي $y = x$ معادلة له.

3) ارسم (C) و (Δ) .

II (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) مثل في الشكل السابق على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضّحا خطوط الإنشاء.

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

3) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 4$.

ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - u_n)$.

ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_n \leq \frac{1}{2^n}(4 - u_0)$.

د - استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. من أجل كل نقطة M من المستوي لاحقتهما

العدد المركب z حيث $(z \neq 1)$ نرفق النقطة M' لاحقتهما العدد المركب z' حيث: $z' = \frac{z-2}{z-1}$.

(1) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $z' = z$.

(2) النقطتان A و B لاحقتهما على الترتيب z_1 و z_2 حيث: $z_1 = 1-i$ و $z_2 = \overline{z_1}$.

أ - اكتب $\frac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسّي.

ب - بين أنّ النقطة B هي صورة للنقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O ، يُطلب تعيين زاوية له.

(3) نضع $z' \neq z$. نعتبر النقطتين C و D لاحقتهما 2 و 1 على الترتيب.

عيّن (Γ) مجموعة النقط M حيث M' تنتمي إلى محور الترتيب ثم أنشئ (Γ) .

(4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2.

أ - عيّن طبيعة التحويل النقطي $S = h \circ R$ وعناصره المميزة.

ب - اكتب العبارة المركبة للتحويل S .

ج - عيّن ثم أنشئ المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل النقطي S .

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$.

(1) ادرس اتجاه تغيير الدالة g .

(2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب - شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

(4) أ - بين أنّ (C) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) حيث: $y = x - 1$ معادلة له.

ب - ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

(5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C) .

(6) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y = mx - m$ معادلة له.

أ - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) .

ب - ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - m$.

(7) أ - جد دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب - احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما:

$x = 1$ و $x = n$ حيث n عدد طبيعي $(n > 1)$.

ج - عيّن أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n > n_0$ فإنّ: $I_n > 2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(5; -1; -2)$ و $B(3; 12; -7)$.

$$\Delta) \text{ المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطى التالي: } (k \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 1 + 2k \\ z = 4k \end{cases}$$

- (1) أ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-2; 1; 1)$ شعاع توجيه له .
 ب) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') متعامدان ، ثمّ تحقق أنّ النقطة $C(1; 1; 0)$ نقطة تقاطعهما.
 (2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .
 أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2; 11; -7)$ ناظمي للمستوي (P) ، ثمّ جد معادلة ديكارتية له.
 ب) بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) .

$$(3) \alpha \text{ و } \beta \text{ عدنان حقيقيان و } (P') \text{ مجموعة النقط } M(x; y; z) \text{ من الفضاء المعرفة بـ: } \begin{cases} x = 3 - \beta \\ y = 12 + 12\alpha + 9\beta \\ z = -7 - 6\alpha - 11\beta \end{cases}$$

- أ) أثبت أنّ المجموعة (P') هي مستويّ ثمّ تحقق أنّ $13x - y - 2z - 41 = 0$ هي معادلة ديكارتية له .
 ب) عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي (P') مع المستقيمين (Δ) و (Δ') على الترتيب.
 ج) احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$(I) f \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال } [0; +\infty[\text{ بـ: } f(x) = \frac{5x}{x+2}$$

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- ب) ادرس اتجاه تغيير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغييراتها.
 (2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $f(x) \geq 0$.

$$(II) (u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بحدّها الأول } u_0 = 1 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ ، } u_{n+1} = \frac{5u_n}{u_n + 2}$$

$$(1) \text{ أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي } n : 1 \leq u_n \leq 3$$

ب) ادرس اتجاه تغيير المتتالية (u_n) ، ثمّ استنتج أنّها متقاربة .

$$(2) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$$

$$\text{أ) برهن أنّ } (v_n) \text{ متتالية هندسية أساسها } \frac{2}{5} \text{ ، يطلب حساب حدّها الأول } v_0$$

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) .

$$(3) \text{ اكتب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث : } S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$$

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

$$(1) \text{ حل في مجموعة الأعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ ، المعادلة : } \left(z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) (z^2 + \sqrt{3}z + 1) = 0$$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A ، B و C نقط المستوي التي

$$\text{لاحقاتها على الترتيب : } z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i , z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ و } z_C = \overline{z_B}$$

(أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي .

(ب) بيّن أنّه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحوّل النقطة C إلى النقطة A يطلب تعيين عناصره المميزة.

(3) (أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ، ثمّ حدّد بدقة طبيعته.

(ب) عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق $|z - z_A| = |\overline{z} - z_B|$ حيث \overline{z} هو مرافق z .

(ج) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق $z = z_B + \sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما θ يتغير على \mathbb{R}

ثمّ تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

(2) (أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x) = 0$ حلّين في \mathbb{R} ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52 < \alpha < -1,51$.

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 1cm) .

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$. (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f) .

(ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} ، (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,38$) .

(د) عيّن دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

(2) (أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(ج) بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .

(د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

(هـ) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$

على المجال $[-2; +\infty[$.

(III) h و H الدالتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ: $h(x) = x + f(x)$ و $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

(1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على \mathbb{R} .

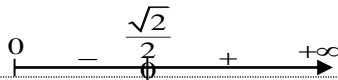
(2) (أ) احسب التكامل التالي: $A(\lambda) = \int_0^\lambda h(x) dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماماً وفسّر النتيجة هندسياً .

(ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04		التمرين الأول: (04 نقاط)
	0,75	(1) $\vec{n}_{(P)}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) ، $\vec{n}_{(P')}(1;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P') . $\vec{n}_{(P)}$ و $\vec{n}_{(P')}$ غير مرتبطين خطيا ومنه (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم.
	0,50	(2) $d(M,(P)) = d(M,(P'))$ معناه $\frac{ 2x+y-z+1 }{\sqrt{4+1+1}} = \frac{ x-2y+z-2 }{\sqrt{1+4+1}}$ أي $ 2x+y-z+1 = x-2y+z-2 $ أي $x+3y-2z+3=0$ أو $3x-y-1=0$. ومنه مجموعة النقط (Γ) هي إتحاد مستويين معادلتيهما: $x+3y-2z+3=0$ و $3x-y-1=0$.
	0,25	(3) $A(1;2;0)$ ، $3x_A - y_A - 1 = 0$ أو $d(A,(P)) = d(A,(P')) = \frac{5}{\sqrt{6}}$ ومنه $A \in (\Gamma)$.
	0,50	(4) أ. $(AH): \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ ؛ $(AH'): \begin{cases} x = t' + 1 \\ y = -2t' + 2 \\ z = t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$. (تقبل أي تمثيلات وسيطية صحيحة).
	01	ب. نعوض في معادلة (P) : نجد $t = -\frac{5}{6}$ ومنه $H\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{6}; \frac{5}{6}\right)$. نعوض في معادلة (P') : نجد $t' = \frac{5}{6}$ ومنه $H'\left(\frac{11}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$.
	0,25	(5) $I\left(\frac{7}{12}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}\right)$.
0,75	المثلث AHH' متساوي الساقين $AH = AH'$ ومنه $S_{AHH'} = \frac{1}{2}(HH' \times AI)(u.a)$ ، $\overline{AI} = \frac{5\sqrt{14}}{12}$ ومنه $\overline{AI}\left(-\frac{5}{12}; -\frac{5}{4}; \frac{5}{6}\right)$ ؛ $HH' = \frac{5\sqrt{10}}{6}$ ؛ $\overline{HH'}\left(\frac{15}{6}; -\frac{5}{6}; 0\right)$ وبالتالي $S_{AHH'} = \frac{25}{72}\sqrt{35}(u.a)$.	
02		التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0,25	(I) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
	0,25	ب. من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ ، إذن f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$.
	0,25	جدول التغيرات:
	0,25	(2) أي $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ و $\begin{cases} \sqrt{2x+8} = x \\ x \geq 0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ($x_1 = -2$ مرفوض)، $x_2 = 4$ إذن نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي: $A(4;4)$.
0,50	(3) رسم (C_f) و (Δ) :	
0,50	(II) (1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل.	

العلامة		عناصر الاجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
03	0,25	(2) التخمين: نلاحظ $u_0 < u_1 < u_2 < u_3$ إذن يبدو أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما وأنها متقاربة وتتقارب نحو العدد 4.
	0,75	(3) أ. لدينا $u_0 = 0$ ومنه $0 \leq u_0 < 4$ نفرض أنّ $0 \leq u_n < 4$ و منه $f(0) \leq f(u_n) < f(4)$ أي $0 \leq 2\sqrt{2} \leq u_{n+1} < 4$ أي $0 \leq u_{n+1} < 4$ وهذا هو المطلوب.
	0,50	ب. من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = \sqrt{2u_n + 8} - u_n = \frac{(4-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$ ، $u_{n+1} - u_n > 0$ فإن $0 \leq u_n < 4$ متزايدة تماما.
	0,50	ج. من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $4 - u_{n+1} = 4 - \sqrt{2u_n + 8} = \frac{2(4-u_n)}{4 + \sqrt{2u_n + 8}}$ ، $4 + \sqrt{2u_n + 8} \geq 4$ ومنه $\frac{1}{4 + \sqrt{2u_n + 8}} \leq \frac{1}{4}$ إذن $4 - u_{n+1} \leq \frac{2(4-u_n)}{4}$ و بالتالي: من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $4 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - u_n)$.
	0,50	طرف نجد: $(4-u_1)(4-u_2)\dots(4-u_n) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (4-u_0)(4-u_1)\dots(4-u_{n-1})$ إذن $4 - u_n \leq \frac{1}{2^n}(4 - u_0)$ (تقبل أي طريقة أخرى).
	0,50	(د) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n}(4 - u_0) = 0$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 < 4 - u_n \leq \frac{1}{2^n}(4 - u_0)$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ أي $\lim_{n \rightarrow +\infty} (4 - u_n) = 0$.
02,75	التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
	0,75	(1) $z' = z$ معناه $z - 2 = z(z - 1)$ مع $z \neq 1$ أي $z^2 - 2z + 2 = 0$ مع $z \neq 1$ ؛ $\Delta = (2i)^2$ ، $z_1 = 1 - i$ ، $z_2 = 1 + i$.
	0,75	(2) أ. $\frac{z_2}{z_1} = \frac{1+i}{1-i} = \frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.
	0,50	ب. $\frac{z_2}{z_1} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، R الدوران الذي مركزه O و زاوية له. (تقبل أي طريقة أخرى).
	0,50	(3) $\arg(z') = \arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_D}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ؛ $(\overrightarrow{DM}; \overrightarrow{CM}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ، $(k \in \mathbb{Z})$ أو $z' = 0$ أي $z = 2$ و $M = C$. إذن (Γ) مجموعة النقط M هي الدائرة التي قطرها $[CD]$ باستثناء النقطة D . (تقبل أي طريقة أخرى). إنشاء المجموعة (Γ) :
0,25		

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
01,75	0,50	4 أ - $S = h \circ R$ ؛ h تحاك مركزه O نسبته 2 و R دوران مركزه O زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن S التشابه المباشر الذي مركزه O ، نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$.
	0,25	ب - $z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ أي $z' = 2iz$.
	0,75	ج - $(\Gamma') = S(\Gamma)$ إذن (Γ') هي الدائرة التي قطرها $[C'D']$ باستثناء النقطة D' حيث $C' = S(C)$ و $D' = S(D)$ أي $z_{C'} = 4i$ و $z_{D'} = 2i$. (تقبل أي طريقة أخرى).
	0,25	- إنشاء (Γ') .
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		
06	0,50	1 (I) $g'(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ على $]0; +\infty[$: 
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على $]0; \frac{\sqrt{2}}{2}[$ و متزايدة تماما على $]\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$.
	0,5	2 $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 1,85$ ؛ من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $g(x) > g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ، إذن $g(x) > 0$.
	0,50	1 (II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.
	0,25	2 أ . من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} + 1 = \frac{g(x)}{x^2}$.
	0,25	إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$: (إذن من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) > 0$).
	0,25	ب . جدول تغيّرات الدالة f .
	0,25	3 معادلة المماس لـ (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 هي : $(T): y = 2x - 2$.
	0,25	4 أ . $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. إذن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) عند $+\infty$ معادلة له : $y = x - 1$.
	0,50	ب . وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) : إشارة $f(x) - (x - 1) = \frac{\ln x}{x}$ و الوضعية
	0,75	5 رسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C) .
	0,25	6 أ . $y_A = mx_A - m$ أي $0 = m \times 1 - m$
	0,50	ب . المناقشة بيانيا من أجل كل m من \mathbb{R} ، المستقيم ذو المعادلة $y = mx - m$ يشمل النقطة $A(1; 0)$. (Δ_m) معامل توجيهه m و (Δ) معامل توجيهه 1 و (T) معامل توجيهه 2 . - إذا كان $m \leq 1$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا . - إذا كان $1 < m < 2$ أو $m > 2$ فإن المعادلة تقبل حلين متميزين (1 و آخر) - إذا كان $m = 2$ فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا (هو 1) .
	0,25	7 أ . الدالة : $x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.
0,75	ب - $I_n = \left(\int_1^n \frac{\ln x}{x} dx \right) u.a = \left(\int_1^n (f(x) - (x - 1)) dx \right) u.a = \left(\frac{1}{2}(\ln n)^2 \right) u.a$ أي $I_n = \left(\frac{1}{2}(\ln n)^2 \right) u.a$	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
0,50	0,50	ج - أصغر قيمة لـ n_0 بحيث إذا كان $n > n_0$ فإن $I_n > 2$. $I_n > 2$ معناه $(\ln n)^2 > 4$ أي $n > e^2$ وعليه: أصغر قيمة لـ n_0 هي: $n_0 = 8$.
		التمرين الأول: (04,5 نقطة)
	0,50	أ-1) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') هو: $(\Delta') : \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
	01	ب) نبين أن $(\Delta) \perp (\Delta')$ ، $C(1;1;0)$ حيث $(\Delta) \cap (\Delta') = \{C\}$.
	0,50	أ-2) نبين أن $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي لـ (P) يكفي أن نبين أن $\vec{n} \perp \vec{u}$ و $\vec{n} \perp \vec{v}$
	0,50	معادلة المستوي (P) هي: $2x + 11y - 7z - 13 = 0$.
04,5	0,50	ب) نبين أن C هي المسقط العمودي لـ B على (P) : لدينا $C \in (P)$ و $\vec{BC}(2;11;-7) = \vec{n}$.
		(تقبل أي طريقة أخرى صحيحة).
	0,50	أ-3) إثبات أن (P') هي مستو: المستوي (P') مزود بالمعلم $(B; \vec{w}, \vec{v})$ حيث $B(3;12;-7)$ و $\vec{W}(0;12;-6)$ و $\vec{V}(-1;9;-11)$ والشعاعين \vec{W} و \vec{V} غير مرتبطين خطيا ، معادلة المستوي (P') هي: $-13x + y + 2z + 41 = 0$.
	0,50	ب) $(P') \cap (\Delta) = \{D\}$ و $(P') \cap (\Delta') = \{E\}$ حيث: $D(4;3;4)$ و $E(3;0;-1)$.
	0,50	ج) حجم رباعي الوجوه $BCDE$: $BCDE = \frac{1}{6} \times CD \times CE \times CB$: $V_{BCDE} = \frac{1}{3} S_{CDE} \times CB = \frac{1}{6} \times CD \times CE \times CB$ ومنه : $V_{BCDE} = 29 u.v$
		التمرين الثاني: (04 نقاط)
	0,25	أ-1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$
	0,25	ب. $f'(x) = \frac{10}{(x+2)^2}$ و منه $f'(x) > 0$ أي f متزايدة تماما على $[0; \infty +[$.
	0,25	جدول تغيرات الدالة f .
	0,25	2) تبيان أن: من أجل كل x من $[0; \infty +[$ ، $f(x) \geq 0$.
	0,5	II) 1 - أ. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 3$.
03,5	0,25	ب. دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) . لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n(u_n - 3)}{u_n + 2} \geq 0$ ومنه المتتالية
	0,25	(u_n) متزايدة على \mathbb{N} . بما أن (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.
	0,50	2- أ. البرهان أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{5}$ ، $v_0 = -2$.
	0,75	ب. من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = -2 \left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، $u_n = \frac{3}{1 + 2 \left(\frac{2}{5}\right)^n}$.
	0,25	ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
0,50	0,50	3- حساب S_n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{1}{3}[(1+1+\dots+1) - (v_0 + v_1 + \dots + v_n)]$ ومنه $S_n = \frac{1}{3} \left[(n+1) - \left(v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \right) \right]$ أي أن: $S_n = \frac{1}{3} \left[(n+1) + \frac{10}{3} \left(1 - \left(\frac{2}{5} \right)^{n+1} \right) \right]$
		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)
0,75	0,75	1- حلول المعادلة في \mathbb{C} هي: $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ، $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ، $z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
0,75	0,75	2- أ) كتابة z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي: $z_A = e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C = e^{i\frac{7\pi}{6}}$
0,25	0,75	ب) تبيان أنه، يوجد تشابه مباشر S لدينا $z_A - z_B = i\sqrt{3}(z_C - z_B)$
04,5	0,75	ج) نسبة التشابه المباشر S هي $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ صيغته المركبة هي: $z' - z_B = i\sqrt{3}(z - z_B)$
0,75	0,75	3- أ) لاحقة D : لدينا: $z_D - z_C = z_A - z_B$ ومنه: $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ الرباعي $ABCD$ مستطيل.
0,50	0,50	ب) تعيين المجموعة (E) : لدينا $ z - z_A = z - z_B $ تكافئ $ z - z_A = z - z_C $ وتكافئ $ z - z_A = z - z_C $ ومنه $AM = CM$ وعليه (E) هي المستقيم المحوري لـ $[AC]$
0,75	0,75	ج) المجموعة (Γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها لدينا $\sqrt{3}$. النقطة A تنتمي إلى (Γ) لأن $AB = \sqrt{3}$.
		التمرين الرابع: (07 نقاط)
0,50	0,50	I (1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$
01	0,50	ب) من أجل كل x من \mathbb{R} لدينا: $g'(x) = (-x^2 + x + 2)e^{-x}$ ومنه: $g'(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$ و $g'(x) \geq 0$ من أجل $x \in [-1; 2]$ وهذا يعني أن الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[2; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[-1; 2]$. جدول التغيرات للدالة g .
04	0,75	2- أ) تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في \mathbb{R} ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,51 < \alpha < -1,52$. (مبرهنة القيم المتوسطة).
0,25	0,25	ب) استنتاج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} : $g(x) \leq 0$ من أجل $x \in [\alpha; 0]$ و $g(x) \geq 0$ من أجل $x \in]-\infty; \alpha] \cup [0; +\infty[$.
0,50	0,50	II (1- أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
0,25	0,25	ب) بين أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$ ،
0,25	0,25	ج) تشكيل جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} .
0,25	0,25	د) تعيين: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0$ ، النتيجة: المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة α معامل توجيهه معدوم (يوازي حامل محور الفواصل).

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
03	0,50	2- أ) تبيان أن (Δ) مستقيم مقار بمائل لـ (C_f) : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3x + 2)e^{-x} = 0$
	0,25	ب) دراسة الوضعية النسبية: (C_f) يقطع (Δ) عند النقطتين $A(-1;1)$ و $B(-2;2)$ و (C_f) يقع فوق (Δ) من أجل $x \in]-\infty; -2] \cup]-1; +\infty[$ و يقع تحت (Δ) من أجل $x \in]-2; -1[$.
	0,50	ج) تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثياتهما. لدينا : $f''(x) = -g'(x)$ و منه $f''(x) = 0$ من أجل $x = -1$ أو $x = 2$ و بالتالي المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف هما: $A(-1;1)$ و $C\left(2; -2 + \frac{12}{e^2}\right)$.
	0,50	د) رسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.
	0,50	هـ) المناقشة البيانية: لدينا $(x^2 + 3x + 2) = 0$ تكافئ $f(x) = -m$.
	0,25	III) -1 من أجل كل x من \mathbb{R} : لدينا $H'(x) = h(x)$ و منه $H(x) = (-x^2 - 5x - 7)e^{-x}$.
	0,25	2- حساب: $A(\lambda) = \int_0^\lambda h(x)dx = [H(x)]_0^\lambda = (-\lambda^2 - 5\lambda - 7)e^{-\lambda} + 7$.
	0,25 + 0,25	النتيجة $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت: (C_f) ، $x = 0$ و $x = \lambda$ $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda) = 7$