

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$ ،

و (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 4$.

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

(2) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

(3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) على \mathbb{N} .

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

(5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $w_n = 5 \left(\frac{1}{v_n + 5} - 1 \right)$.

(أ) بين أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على \mathbb{N} .

(ب) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2; -1; 1)$ ، $B(-1; 2; 1)$ ، $C(1; -1; 2)$ و $D(1; 1; 1)$.

(1) (أ) تحقق أن النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

(ب) بين أن $\vec{n}(1; 1; 1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

(ج) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

(2) لتكن النقطة G مرجح الجملة المنقلة $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$.

(أ) احسب إحداثيات G .

(ب) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MD}\|$.

بين أن (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$.

(ج) أثبت أن معادلة (Γ) هي: $6x - 4y + 2z + 3 = 0$.

(3) بين أن المستويين (ABC) و (Γ) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$.
(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط A, B, C, D التي

لاحقاتها على الترتيب : $z_B = \overline{z_A}, z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_C = 6\sqrt{2}$ و $z_D = \frac{z_C}{2}$.
أ) اكتب z_A, z_B و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسّي.

ب) احسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

ج) بين أن النقط O, A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قياسا للزاوية $(\overline{CA}; \overline{CB})$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

(3) ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R .

ب) عيّن لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أن النقط C, A, C' في استقامة.

ج) عيّن لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدّد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ؛ فسّر النتيجة هندسياً.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=1$.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; 1[$ حلاً وحيداً α ، حيث $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$.

(3) أنشئ (T) و (C_f) .

(4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$.

و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$. ماذا تستنتج؟

ب) أنشئ المنحنى (C_h) اعتماداً على المنحنى (C_f) .

ج) ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$.
 e هو أساس اللوغاريتم النيبيري) .
- (1) بين أن (u_n) متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .
- (2) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟
- (3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
- (II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$ (\ln يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري) .
- (1) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n) .
- (2) أ) احسب بدلالة n العدد P_n حيث : $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$.
 ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث : $P_n + 4n > 0$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1; -1; -2)$ ، $B(1; -2; -3)$ ، و $C(2; 0; 0)$.
- (1) أ) برهن أن A ، B ، و C ليست في استقامية .
 ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) .
 ج) تحقق أن $x + y - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .
- (2) نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين بمعادلتيهما كما يلي :
 $(P): x - y - 2z + 5 = 0$ و $(Q): 3x + 2y - z + 10 = 0$.
- برهن أن (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيط: $(t \in \mathbb{R})$:

$$\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases}$$
- (3) عيّن تقاطع المستويات (ABC) ، (P) و (Q) .
- (4) لتكن $M(x; y; z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M, (P))$ المسافة بين M و المستوي (P) و $d(M, (Q))$ المسافة بين M و المستوي (Q) ، عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث:
 $\sqrt{6} \times d(M, (P)) = \sqrt{14} \times d(M, (Q))$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z حيث:
 $(z - i)(z^2 - 2z + 5) = 0$
- (2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) (وحدة الطول 1cm)، تعطى النقط A ، B ، و C التي لاحقاتها: $z_A = i$ ، $z_B = 1 + 2i$ و $z_C = 1 - 2i$ على الترتيب .
- أ) أنشئ النقط A ، B ، و C .
- ب) جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) .
- ج) احسب مساحة المثلث ABC .

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

(أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه S .

(ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2} \text{ cm}^2$.

(4) M نقطة لاحقها z ، عيّن مجموعة النقط M حيث: $|z| = |iz + 1 + 2i|$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) - لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على \mathbb{R} ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$.

(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

(ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

(3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,1$)

(4) احسب $f(1)$ ثم حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$.

(5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) لتكن h الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) تحقق أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} : $h(x) = f(x) - 2$.

(ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h) .

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04	0,50 0,50	التمرين الأول: (04 نقاط)	
		(1) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ، إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0 = 5$.	
	0,50 × 2	(2) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n - 4$.	
	0,50	(3) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)$ ، و منه $u_{n+1} - u_n < 0$ ، إذن (u_n) متتالية متناقصة تماما على \mathbb{N} .	
	0,50	(4) $S_n = 15\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) - 4(n+1)$.	
	0,50	(5) أ) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $w_{n+1} - w_n > 0$ ، إذن (w_n) متزايدة تماما على \mathbb{N} .	
	0,50	ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n) = 0$ (لأنّ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$).	
05	0,75	التمرين الثاني: (05 نقاط)	
		(1) أ) $\overline{AB}(-3;3;0)$ ، $\overline{AC}(-1;0;1)$ ، و \overline{AB} و \overline{AC} غير مرتبطين خطيا، إذن A ، B و C تعيّن مستويا (ABC) .	
	01	ب) $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ، إذن $\vec{n} \perp \overline{AB}$ و $\vec{n} \perp \overline{AC}$ و منه $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .	
	0,50	ج) $(ABC): x + y + z + d = 0$ و منه: $d = -2$ أي: $(ABC): x + y + z - 2 = 0$.	
	01	أ) $\overline{OG} = \frac{\overline{OA} + 2\overline{OB} - \overline{OC}}{2}$ ، إذن $G\left(-\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$.	
	0,50	ب) $M \in (\Gamma)$ معناه $MG = MD$ ، إذن (Γ) هو المستوي المحوري للقطعة $[GD]$.	
	0,50	ج) $(\Gamma): 6x - 4y + 2z + 3 = 0$.	
0,25	3) ليكن $\vec{u}(6; -4; 2)$ شعاع ناظمي لـ (Γ) ، $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، و \vec{u} و \vec{n} غير مرتبطين خطيا، إذن (ABC) و (Γ) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) .		

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
	0,50	أو أي تمثيل آخر $\begin{cases} x=3t+\frac{1}{2} \\ y=2t+\frac{3}{2} \\ z=-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	
05	0,75	التمرين الثالث: (05 نقاط) (1) $\Delta = (6\sqrt{2}i)^2$ ؛ $z' = 3\sqrt{2}(1+i)$ و $z'' = 3\sqrt{2}(1-i) = \bar{z}'$	
	0,75	(2) أ) $z_A = z' = 6e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = z'' = 6e^{-i\frac{\pi}{4}}$. $(1+i)z_A = 6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$	
	0,50	ب) $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014} = e^{1007\pi} = -1$	
	01	ج) $DO = DA = DC = DB = 3\sqrt{2}$ إذن النقط O, A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D و نصف قطرها $3\sqrt{2}$.	
	0,75	د) $\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \frac{\pi}{2}$ ، $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = i$ $(\vec{CA}; \vec{CB})$ المثلث ACB قائم في C و متساوي الساقين $CA = CB$ والنقطة D منتصف القطعة $[AB]$ لأن $z_D = \frac{z_A + z_B}{2}$ و كذلك منتصف القطعة $[OC]$ لأن $z_D = \frac{z_C}{2}$. إذن الرباعي $OACB$ مربع.	
	0,25	(3) أ) العبارة المركبة للدوران $R: z' = iz$.	
	0,50	ب) $z_{C'} = 6\sqrt{2}i$ ؛ $z_{\overline{C'A}} = 3\sqrt{2}(1-i) = z_{\overline{AC}}$ ، ومنه $\overline{C'A}$ و \overline{AC} مرتبطان خطيا	
	0,50	ج) $z_{A'} = 3\sqrt{2}(-1+i)$ صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R هو الرباعي (المربع) $OAC'A'$ لأن: $R(O) = O$ ، $R(A) = A'$ ، $R(C) = C'$ و $R(B) = A$.	
02,75	0,25	التمرين الرابع: (06 نقاط)	
	×	أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .	
	4	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $y=1$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) .	
	0,50	ب) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{2}{x^2}(1 - \ln x)$	
	0,25	إشارة $f'(x)$: $\begin{array}{c} 0 \quad + \quad e \quad - \quad + \\ \quad + \quad \theta \quad - \quad + \\ \hline \end{array}$	
	0,25	f متزايدة تماما على $]0; e]$ و متناقصة تماما على $[e; +\infty[$. جدول تغيرات الدالة f .	
0,25	أ) (2) $f(x) - 1 = \frac{2 \ln x}{x}$ و منه إشارة $f(x) - 1$ هي: $\begin{array}{c} 0 \quad - \quad 1 \quad + \quad + \\ \quad - \quad 0 \quad + \quad + \\ \hline \end{array}$		

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
03,25	0,25	من أجل x من $]0;1[$ و (C_f) أسفل (Δ) ، من أجل x من $]1;+\infty[$ و (C_f) أعلى (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;1)$.	
	0,25	(ب) $(T): y=2x-1$	
	0,75	(ج) الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0;1[$ ، و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ ، و $f(1) = 1 > 0$ ؛ إذن حسب ميرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$. $f(e^{-0,3}) \approx +0,2$ ، $f(e^{-0,4}) \approx -0,2$ أي $f(e^{-0,4}) \times f(e^{-0,3}) < 0$ إذن $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$.	
	0,50	(3) إنشاء المماس (T) و المنحنى (C_f) .	
	0,50	(4) (أ) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0\}$ ، $h(x) - h(-x) = 0$ ، و منه h دالة زوجية أو (yy') محور تناظر لـ (C_h) .	
	0,50	(ب) في المجال $]0;+\infty[$ ، $h(x) = f(x)$ و منه (C_h) ينطبق على (C_f) وفي المجال $]0;+\infty[$ هو نظير (C_f) بالنسبة إلى (yy') - إنشاء (C_h)	
	0,50	(ج) $\ln x^2 = (m-1) x $ معناه $h(x) = m$ و بالتالي حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_h) و المستقيم ذي المعادلة $y = m$ مع $(m \in \mathbb{R})$. إذا كان $m \leq 0$ للمعادلة حلين. إذا كان $0 < m < 1 + \frac{2}{e}$ للمعادلة 4 حلول. إذا كان $m = 1 + \frac{2}{e}$ للمعادلة حلين (مضاعفين). إذا كان $m > 1 + \frac{2}{e}$ ، المعادلة ليس لها أي حل.	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04	0,75	التمرين الأول: (04 نقاط) (I) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} = e^{-1} \cdot u_n$ ، إذن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q = e^{-1}$ و حدّها الأوّل $u_0 = \sqrt{e}$.	
	0,75	(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ نستنتج أنّ (u_n) متتالية متقاربة.	
	0,50	(3) $S_n = \sqrt{e} \left(\frac{1 - e^{-n-1}}{1 - e^{-1}} \right)$	
	0,50	(II) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_n = \frac{1}{2} - n$ ، و من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_{n+1} = v_n - 1$ ، إذن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -1$ و حدّها الأوّل $v_0 = \frac{1}{2}$.	
	0,50	(2) أ) $P_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{(n+1)}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - n \right)$ أي $P_n = \frac{1-n^2}{2}$	
	0,50	ب) $P_n + 4n > 0$ أي $-n^2 + 8n + 1 > 0$ و $n \in \mathbb{N}$ و بالتالي: $n \in [0; 8]$ أي $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.	
05	0,75	التمرين الثاني: (05 نقاط) (1) أ) $\overrightarrow{AC}(1; 1; 2)$ ، $\overrightarrow{AB}(0; -1; -1)$ و \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB} غير مرتبطين خطيا إذن A ، B ، C ليست في إستقامة.	
	0,75	ب) تمثيل وسيطي للمستوي (ABC) هو: $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = -1 - \alpha + \beta \\ z = -2 - \alpha + 2\beta \end{cases}$ أو أي تمثيل	
	0,75	ج) التحقق أنّ معادلة للمستوي (ABC) هي: $x + y - z - 2 = 0$.	
	0,25	(2) $\overrightarrow{u_1}(1; -1; -2)$ شعاع ناظمي لـ (P) و $\overrightarrow{u_2}(3; 2; -1)$ شعاع ناظمي لـ (Q) . $\overrightarrow{u_1}$ و $\overrightarrow{u_2}$ غير مرتبطين خطيا إذن (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) .	
	0,75	- إثبات أنّ تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) هو: $(t \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$.	
	0,75	(3) تقاطع المستويات : $(ABC) \cap (P) \cap (Q) = \{E(-9; 6; -5)\}$ ؛ $(t = -6)$.	
	0,50	(4) $\sqrt{6} \times d(M, (P)) = \sqrt{14} \times d(M, (Q))$ أي $ 3x + 2y - z + 10 = x - y - 2z + 5 $ $(\Gamma) = (P_1) \cup (P_2)$ حيث:	
0,50	$(P_1): 2x + 3y + z + 5 = 0$ و $(P_2): 4x + y - 3z + 15 = 0$.		

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
	0,25	(1) المعادلة تعني $(z-i)=0$ أو $(z^2 - 2z + 5=0)$ و... منه $z=i$	
	0,75	$z''=1-2i$ ، $z'=1+2i$ ؛ $\Delta=(4i)^2$	
	0,75	(2) أ) إنشاء النقط A ، B و C	
	0,25	ب) $z_H=1+i$	
	0,50	ج) مساحة المثلث ABC هي: $\mathcal{A}=2\text{ cm}^2$	
	0,50	(3) أ) الكتابة المركبة لـ S هي: $z'=\frac{1}{2}iz+\frac{1}{2}+i$	
0,50	ب) مساحة صورة ABC بالتشابه S هي: $\mathcal{A}'=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}\text{ cm}^2$		
0,50	(4) $ z = iz+1+2i $ أي $ z = z+2-i $ ومنه مجموعة النقط هي محور القطعة $[OD]$ حيث $D(-2;1)$		
02	0,50	التمرين الرابع: (07 نقاط)	
	0,75	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)=+\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)=-\infty$	
	0,75	ب) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x)=6x^2-8x+7$ ، من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x)>0$ و بالتالي g متزايدة تماما على \mathbb{R} . جدول تغيّرات الدالة g .	
	0,50	(2) أ) g مستمرة و متزايدة تماما على \mathbb{R} ، $g(0,7)=-0,37$ و $g(0,8)=0,06$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7 < \alpha < 0,8$.	
0,25	ب) إشارة $g(x)$: $-\infty \quad - \quad \frac{\alpha}{\emptyset} \quad + \quad +\infty$		
05	0,50	(II) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=+\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-\infty$	
	0,50	(2) أ) برهان أن من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$	
	0,50	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1) \right]=0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1) \right]=0$. إذن المنحى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) : $y=\frac{1}{2}(x+1)$.	
	0,50	ج) $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)=\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$ ، من أجل كل x من \mathbb{R} ، إشارة $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)$: $-\infty \quad + \quad \frac{1}{3} \quad - \quad +\infty$ إذا كان x ينتمي إلى $]-\infty; \frac{1}{3}[$ فإن (C_f) أعلى (Δ) وإذا كان x ينتمي إلى $]\frac{1}{3}; +\infty[$ فإن (C_f) أسفل (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في $A\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.	

0,50	(3) أ) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$.																				
0,25	ب) إشارة $f'(x)$: $-\infty \xrightarrow{+} 0 \xrightarrow{-} \alpha \xrightarrow{+} +\infty$																				
0,25	جدول تغيّرات الدالة f : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>1</td> <td>\searrow</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	$f(\alpha)$	\nearrow	$+\infty$
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$															
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	$f(\alpha)$	\nearrow	$+\infty$														
0,25	(4) $f(1) = 0$.																				
0,50	$f(x) = 0$ تعني $\frac{(x-1)(x^2+x-1)}{2x^2-2x+1} = 0$ أي $(x-1)(x^2+x-1) = 0$ و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي: $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ، $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ، $x_0 = 1$																				
0,50	(5) إنشاء المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)																				
0,25	(6) أ) التحقق من: من أجل كل x من \mathbb{R} ، $h(x) = f(x) - 2$																				
0,25	ب) (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0; -2)$																				
0,25	إنشاء (C_h) في المعلم السابق.																				