الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية: الشهيد حميدي عيسى - أولاد دراج -

مديرية التربية لولاية المسيلة
المستوى: سنة ثالثة آداب وفلسفة

الفرض الأول للثلاثي الثاني في الرياضيات

2024 - 2023 | المدة: 01 سا

تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (09 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2018$ و $b = 1924$.

① عين باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 5.

② استنتج مما سبق، باقي القسمة الاقليدية للعددين $3a + 2b$ و $a^2 + b^2$ على 5.

③ تحقق أن $b \equiv -1[5]$. ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد b^{1962} على 5.

④ عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق $a + b^{1962} + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

① ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7.

② عين باقي قسمة العدد 4^{2011} على 7.

③ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $4^{3n} + 2006^{2009} + 4$ يقبل القسمة على 7.

④ عين باقي قسمة العدد A على 7 حيث: $A = 2006^{1430} + 1429^{2011} - 2$.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $6^n - 1$ يقبل القسمة على 5.

خليل مطران:

اعزم وكد فإن مضيت فلا تقف ... واصبر وثابر فالنجاح محقق
ليس الموفق من تواتيه المُنى ... لكن من رزق الثبات موفق

********** الأستاذ: فراحتية المحفوظ **********

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

حل التمرين الأول

$a=2018$ و $b=1924$

① تعيين باقي قسمة a و b على 5:

$a=2018$ | 5
2015 | 403
3

$a\equiv 3[5]$

باقي قسمة a على 5 هو 3

$b=1924$ | 5
1920 | 384
4

$b\equiv 4[5]$

باقي قسمة b على 5 هو 4

② استاج باقي قسمة $3a+2b$ على 5:

لدينا $a\equiv 3[5]$ اي $3a\equiv 9[5]$

ولدينا $b\equiv 4[5]$ اي $2b\equiv 8[5]$

بالجمع طرفا لطرف نجد $3a+2b\equiv 17[5]$

ولدينا $17\equiv 2[5]$ اي $3a+2b\equiv 2[5]$

وعليه باقي قسمة $3a+2b$ على 5 هو 2.

• استاج باقي قسمة a^2+b^2 على 5:

لدينا $a\equiv 3[5]$ اي $a^2\equiv 9[5]$

و $b\equiv 4[5]$ اي $b^2\equiv 16[5]$

بالجمع طرفا لطرف نجد $a^2+b^2\equiv 25[5]$

ولدينا $25\equiv 0[5]$ اي $a^2+b^2\equiv 0[5]$

وعليه باقي قسمة a^2+b^2 على 5 هو 0.

③ التحقق ان $b\equiv -1[5]$

لدينا $b\equiv 4[5]$ و $0\equiv 5[5]$

اذن $b\equiv 4-5[5]$ اي $b\equiv -1[5]$

• استاج باقي قسمة b^{1962} على 5:

لدينا $b\equiv -1[5]$ اي $b^{1962}\equiv (-1)^{1962}[5]$

وعليه $b^{1962}\equiv 1[5]$

اذن باقي قسمة b^{1962} على 5 هو 1

④ تعيين قيم n التي تحقق

② $a+b^{1962}+n\equiv 0[5]$

لدينا $a+b^{1962}+n\equiv 0[5]$

معناه $3+1+n\equiv 0[5]$

معناه $4+n\equiv 0[5]$

معناه $n\equiv -4[5]$ معناه $n\equiv -4+5[5]$

معناه $n\equiv 1[5]$ اي $n=4k+1$

حيث k عدد طبيعي.

حل التمرين الثاني

① دراسة بواقي قسمة 4^n على 7

تبعا لقيم العدد الطبيعي n:

من اجل $n=0$ نجد $4^0=1\equiv 1[7]$

من اجل $n=1$ نجد $4^1=4\equiv 4[7]$

③ من اجل $n=2$ نجد $4^2=16\equiv 2[7]$

من اجل $n=3$ نجد $4^3=64\equiv 1[7]$

بواقي قسمة 4^n على 7 دورية ودورها 3

ونلخص بواقي قسمة 4^n على 7 في جدول تاليا

①

$n=$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	$k\in\mathbb{N}$
$4^n\equiv$	1	4	2	[5]

② باقي قسمة 4^{2011} على 7:

① لدينا

2011 | 3
2010 | 670
1

$2011=3(670)+1$

اذن $4^{2011}=4^{3(670)+1}\equiv 4[7]$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

اذن باقي قسمة 4^{2011} على 7 هو 4

③- اثبات ان $4^{3n}+2006^{2009}+4$ يقبل القسمة على 7 :

- لدينا $4^{3n}\equiv 1[7]$ — ①

ولدينا $2009 \mid 3$ ، $2007 \mid 669$ ، $2009=3(669)+2$

ولدينا $2006 \mid 7$ ، $2002 \mid 286$

اي $2006\equiv 4[7]$

وعليه $2006^{2009}\equiv 4^{2009}[7]$

$2006^{2009}\equiv 4^{3(669)+2}[7]$

اي $2006^{2009}\equiv 2[7]$ — ②

بالجمع طرف لطرف نجد :

$4^{3n}+2006^{2009}\equiv 3[7]$

اي $4^{3n}+2006^{2009}+4\equiv 7[7]$

اي $4^{3n}+2006^{2009}+4\equiv 0[7]$

وعليه العدد $4^3+2006^{2009}+4$ يقبل القسمة على 7 لان الباقي 0.

④- تعيين باقي قسمة A على 7 :

- لدينا $A=2006^{1430}+1429^{2011}-2$

- لدينا $1430 \mid 3$ ، $1428 \mid 476$ ، $1430=3(476)+2$

اي $2006\equiv 4[7]$

اي $2006^{1430}\equiv 4^{1430}[7]$

اي $2006^{1430}\equiv 4^{3(476)+2}[7]$

اذن $2006^{1430}\equiv 2[7]$ — ③

ولدينا $1429 \mid 7$ ، $1428 \mid 204$

$1429\equiv 1[7]$

اي $1429^{2011}\equiv 1^{2011}[7]$

اي $1429^{2011}\equiv 1[7]$ — ④

بجمع ③ مع ④ نجد :

$2006^{1430}+1429^{2011}-2\equiv 2+1-2[7]$

$2006^{1430}+1429^{2011}-2\equiv 1[7]$

اذن باقي قسمة A على 7 هو 1

حل التمرين الثالث :

- البرهان بالتراجع ان العدد 6^n-1 مضاعف لـ 5 ... $P(n)$

- مرحلة ① : التحقق من صحة الخاصية $P(n)$ من اجل $n=0$

من اجل $n=0$ نجد $6^0-1=1-1=0$

ولدينا 0 يقبل القسمة على 5.

اذن الخاصية $P(n)$ صحيحة من اجل $n=0$

- مرحلة ② : نفرض $P(n)$ صحيحة من اجل $n+1$ ، $n\in\mathbb{N}$ ونبين صحتها من اجل $n+1$.

لدينا $6^{n+1}-1=6^n\times 6-1$

$=6^n(5+1)-1$

$=5\times 6^n+6^n-1$

ولدينا صحة فرض 6^n-1 مضاعف لـ 5

اي $6^n-1=5k$ وبالعودة نجد $(k\in\mathbb{Z})$

$6^{n+1}-1=5\times 6^n+5k=5(6^n+k)$

يوضع $k'=6^n+k$ نجد $6^{n+1}-1=5k'$ $k'\in\mathbb{Z}$

اذن خاصية محققة من اجل $n+1$.

وحسب البرهان بالتراجع فان 6^n-1 مضاعف لـ 5.

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري