

وزارة التربية الوطنية	امتحان البكالوريا	مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلق	التجربي في	المستوى: ثلاثة آداب وفلسفة
يوم: 2022/05/16	مادة الرياضيات	المدة: 02 ساعة و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين :

الموضوع الأول

التمرين 01 (06 نقاط) ★ (30 دقيقة)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث : $u_1 + u_3 = 22$; $u_2 - u_0 = 8$

1 احسب الحد u_2 ثم الحد u_0 واستنتج الأساس r للمتتالية (u_n)

2 (أ) بين أن الحد العام للمتتالية (u_n) معرف بـ : $u_n = 3 + 4n$

(ب) حدد مع التبرير اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3 بين أن العدد 1443 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم حدد رتبته.

4 احسب المجموع S المعرف بـ : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{360}$

التمرين 02 (06 نقاط) ★ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان حيث : $a + b \equiv 9[13]$; $a - b \equiv 5[13]$

1 (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 13

(ب) بين أن : $2b \equiv 4[13]$; $2a \equiv 1[13]$

(ج) استنتج أن : $b \equiv 2[13]$; $a \equiv 7[13]$

2 (أ) أثبت أن : $b^6 \equiv -1[13]$

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $b^{12k} \equiv 1[13]$

3 (أ) تحقق أن : $2022 = 168 \times 12 + 6$

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2022} على 13

التمرين 03 (08 نقاط) ★ (60 دقيقة)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^3 + 3x + 2$
(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(1 - x)(1 + x)$

(ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

(ج) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على كل من $[-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[-1; 1]$

3 شكل جدول تغيرات الدالة f

4 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -(x+1)^2(x-2)$

(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5 أثبت أن $I(0; 2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

6 بين أن : $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة I

7 احسب $f(-2)$ ثم ارسم كلا من المماس (T) و المنحنى (C)

وزارة التربية الوطنية	التصحيح النموذجي	مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلق	لامتحان البكالوريا	المستوى: ثلاثة آداب وفلسفة
يوم: 2022/05/16	التجريبي في الرياضيات	المدة: 02 ساعة و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين :

الموضوع الأول

التمرين 01 (06 نقاط) ★ (30 دقيقة)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث : $u_1 + u_3 = 22$; $u_2 - u_0 = 8$

1 احسب الحد u_2 ثم الحد u_0 واستنتج الأساس r للمتتالية (u_n)
الجواب:

لدينا : $\begin{cases} u_1 + u_3 = 22 \\ u_1 + u_3 = 2u_2 \end{cases}$ يكافئ : $2u_2 = 22$ و منه : $u_2 = 11$ [0.75]

لدينا : $u_2 - u_0 = 8$ يكافئ : $u_0 = u_2 - 8 = 11 - 8 = 3$ و منه : $u_0 = 3$ [0.5]

لدينا : $u_2 = u_0 + 2r$ يكافئ : $r = \frac{u_2 - u_0}{2} = \frac{11 - 3}{2} = 4$ و منه : $r = 4$ [0.75]

2 (أ) بين أن الحد العام للمتتالية (u_n) معرف بـ : $u_n = 3 + 4n$
الجواب:

لدينا : $u_n = u_p + (n - p)r$ يكافئ : $u_n = u_0 + (n - 0)(4)$

و منه : $u_n = 3 + 4n$ [0.75]

(ب) حدد مع التبرير اتجاه تغير المتتالية (u_n)
الجواب:

بما أن : $r = 4 > 0$ فإن (u_n) متزايدة تماما. [0.5]

3 بين أن العدد 1443 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم حدد رتبته.
الجواب:

لدينا : $3 + 4n = 1443$ يكافئ : $n = \frac{1443 - 3}{4} = 360$ و منه : $n = 360$ [0.75]

رتبة العدد 1443 هي : 361 [0.5]

4 احسب المجموع S المعروف بـ : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{360}$
الجواب:

[1.5] $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{360} = \frac{360 - 0 + 1}{2} (u_0 + u_{360}) = \frac{361}{2} (3 + 1443) = 261003$

a و b عددان طبيعيان حيث : $a - b \equiv 5[13]$; $a + b \equiv 9[13]$

1 (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 13
الجواب:

لدينا : $\begin{cases} a - b \equiv 5[13] \\ a + b \equiv 9[13] \end{cases}$ بالضرب نجد : $a^2 - b^2 \equiv 45[13]$ و منه : $a^2 - b^2 \equiv 6[13]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 13 هو 6 [1]

(ب) بين أن : $2a \equiv 1[13]$; $2b \equiv 4[13]$

لدينا : $\begin{cases} a - b \equiv 5[13] \\ a + b \equiv 9[13] \end{cases}$ بالجمع نجد : $2a \equiv 14[13]$ و منه : $2a \equiv 1[13]$ [0.5]

لدينا : $\begin{cases} a - b \equiv 5[13] \\ a + b \equiv 9[13] \end{cases}$ بالطرح نجد : $2b \equiv 4[13]$ [0.5]

(ج) استنتج أن : $a \equiv 7[13]$; $b \equiv 2[13]$
الجواب:

لدينا : $\begin{cases} 2a \equiv 1[13] \\ 2b \equiv 4[13] \end{cases}$ بالضرب في 7 نجد : $\begin{cases} 14a \equiv 7[13] \\ 14b \equiv 28[13] \end{cases}$ و منه : $\begin{cases} a \equiv 7[13] \\ b \equiv 2[13] \end{cases}$ [1.5]

2 (أ) أثبت أن : $b^6 \equiv -1[13]$
الجواب:

لدينا : $b \equiv 2[13]$ يكافئ : $b^6 \equiv 64[13]$ و منه : $b^6 \equiv -1[13]$ [0.5]

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $b^{12k} \equiv 1[13]$
الجواب:

لدينا : $b^6 \equiv -1[13]$ يكافئ : $b^{12} \equiv 1[13]$ و منه : $b^{12k} \equiv 1[13]$ [0.5]

3 (أ) تحقق أن : $2022 = 168 \times 12 + 6$
الجواب:

[0.5] باستعمال القسمة الإقليدية للعدد 2022 على 12

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2022} على 13
الجواب:

لدينا : $\begin{cases} b^{12k} \equiv 1[13] \\ b^6 \equiv -1[13] \end{cases}$ بوضع : $k = 168$ نجد : $\begin{cases} b^{12 \times 168} \equiv 1[13] \\ b^6 \equiv -1[13] \end{cases}$

بالضرب نجد : $b^{12 \times 168 + 6} \equiv -1[13]$ و منه : $b^{2022} \equiv 12[13]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2022} على 13 هو 12 [1]

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^3 + 3x + 2$
 (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

الجواب:

1 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) = -\infty$

2 (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$

الجواب:

لدينا : $f'(x) = -3x^2 + 3$ و : $3(1-x)(1+x) = 3(1-x^2) = 3-3x^2$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$

(ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

الجواب:

لدينا : $f'(x) = 0$ يكافئ : $3(1-x)(1+x) = 0$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$

ومنه : $x = 1$ أو : $x = -1$

(ج) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على كل من $[-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[-1; 1]$

الجواب:

من خلال جدول الإشارة السابق نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x من :

- المجالين $[-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$: $f'(x) \leq 0$ ومنه : f متناقصة تماما. 0.25

- المجال $[-1; 1]$: $f'(x) \geq 0$ ومنه : f متزايدة تماما. 0.25

3 شكل جدول تغيرات الدالة f

0.5

الجواب:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$

4 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -(x+1)^2(x-2)$

الجواب:

$-(x+1)^2(x-2) = (-x^2 - 2x - 1)(x-2) = -x^3 + 2x^2 - 2x^2 + 4x - x + 2 = -x^3 + 3x + 2$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -(x+1)^2(x-2)$ 0.5

(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.
الجواب:

لدينا : $f(x) = 0$ يكافئ : $-(x+1)^2(x-2) = 0$ ومنه : $x = -1$ أو : $x = 2$
إذن إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي : $(-1; 0)$ و $(2; 0)$ [1]

5 أثبت أن $I(0; 2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

الجواب:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

لدينا : $f''(x) = -6x$ ومنه : $-6x = 0$ يكافئ : $x = 0$

بما أن f'' تتعدم عند 0 و تغير إشارتها فإن النقطة التي إحداثيتها $I(0; 2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) [0.75]

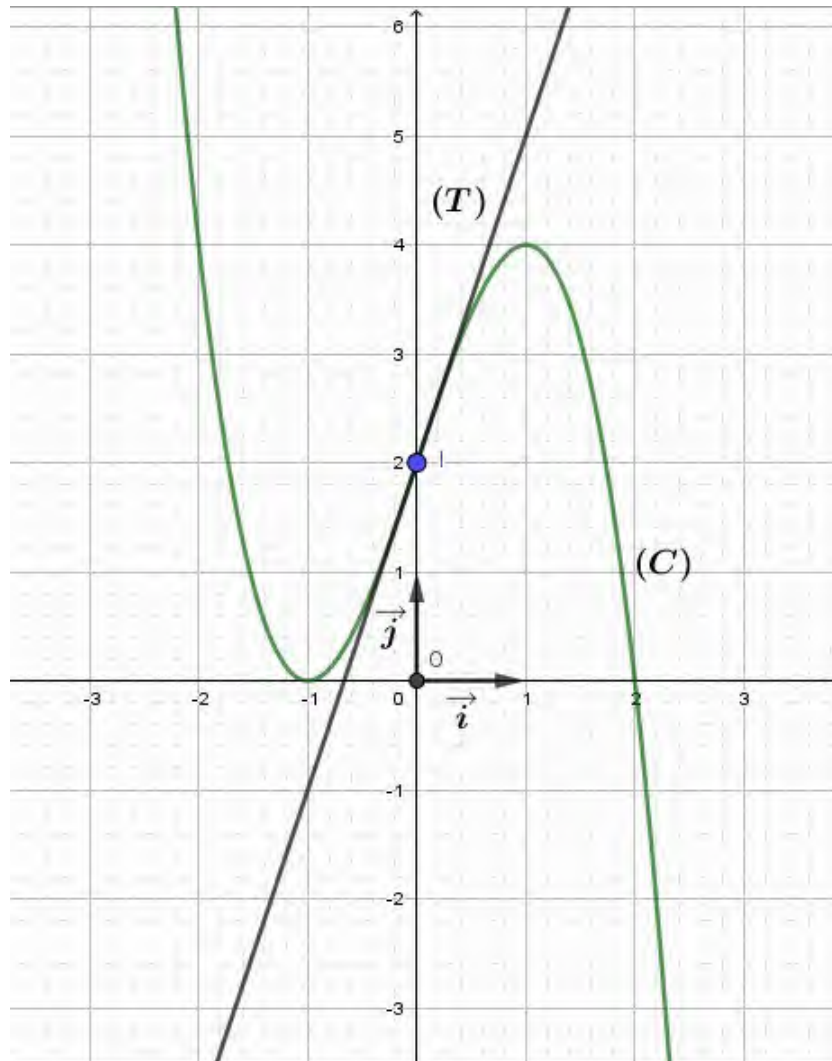
6 بين أن : $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة I

الجواب: $(T) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = f'(0)(x - 0) + f(0) = 3x + 2$

و منه : $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة I [0.75]

7 احسب $f(-2)$ ثم ارسم كلا من المماس (T) و المنحنى (C)

الجواب: [1] $f(-2) = -(-2+1)^2(-2-2) = 4$



(60 دقيقة)

☆ (08 نقاط)

التمرين 01

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - \frac{9}{4}x$ والمستقيم (T) هو مماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 حيث : $y = g(x)$ معادلة له.
- بقراءة بيانية ، عين :

1 (أ) عدد نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

(ب) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

(ج) عدد حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$

- باستعمال عبارة الدالة f :

2 (أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3 (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = -x \left(x - \frac{3}{2} \right)^2$$

(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

4 بين أن : $g(x) = -\frac{9}{4}x + 4$

5 (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$-x^3 + 3x^2 - 4 = -(x+1)(x-2)^2$$

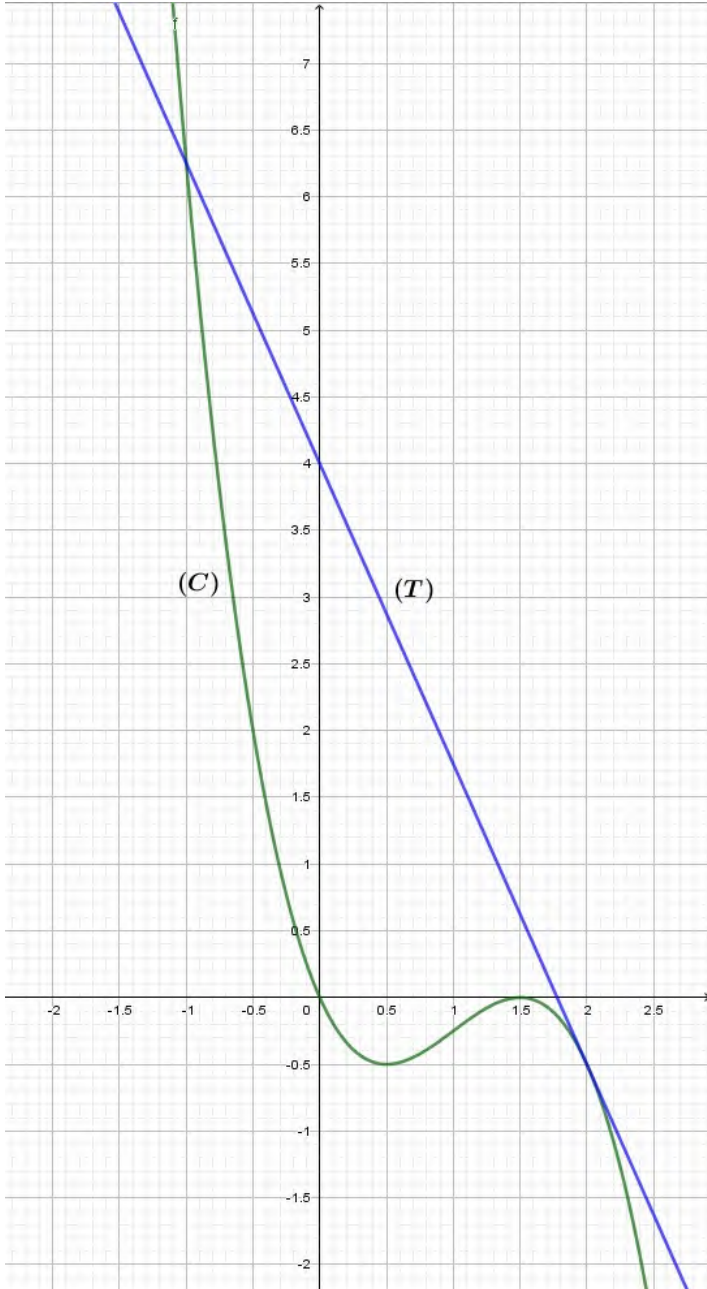
(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = g(x)$

(ج) استنتج فواصل نقط تقاطع (C) مع (T)

6 أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 1

7 عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من

أجلها تقبل المعادلة : $f(x) = m$ ثلاثة حلول متميزة.



(30 دقيقة)

☆ (06 نقاط)

التمرين 02

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما. حدها الأول v_1 وأساسها q حيث : $\frac{v_3}{v_1} = 4$; $v_2 = 6$

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حيث : $u_n = v_n - 1$

1 (أ) بين أن : $v_1 \times v_3 = 36$

(ب) عين الحد الأول v_1 ثم استنتج أن : $q = 2$

2 احسب u_1 و u_2

3 اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

4 (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(ب) استنتج المجموع K_n حيث : $K_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(ج) عين قيمة n حتى يكون : $K_n + n = 381$ (لاحظ أن : $2^7 = 128$)

التمرين 03 (06 نقاط) ★ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث : $a = 6b + 10$

1 عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 6

2 بين أن a و b متوافقان بترديد 5

3 نضع : $b = 324$

(أ) تحقق أن : $a \equiv 1[7]$; $2022 \equiv -1[7]$

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{1962} - 2022^{1954}$ على 7

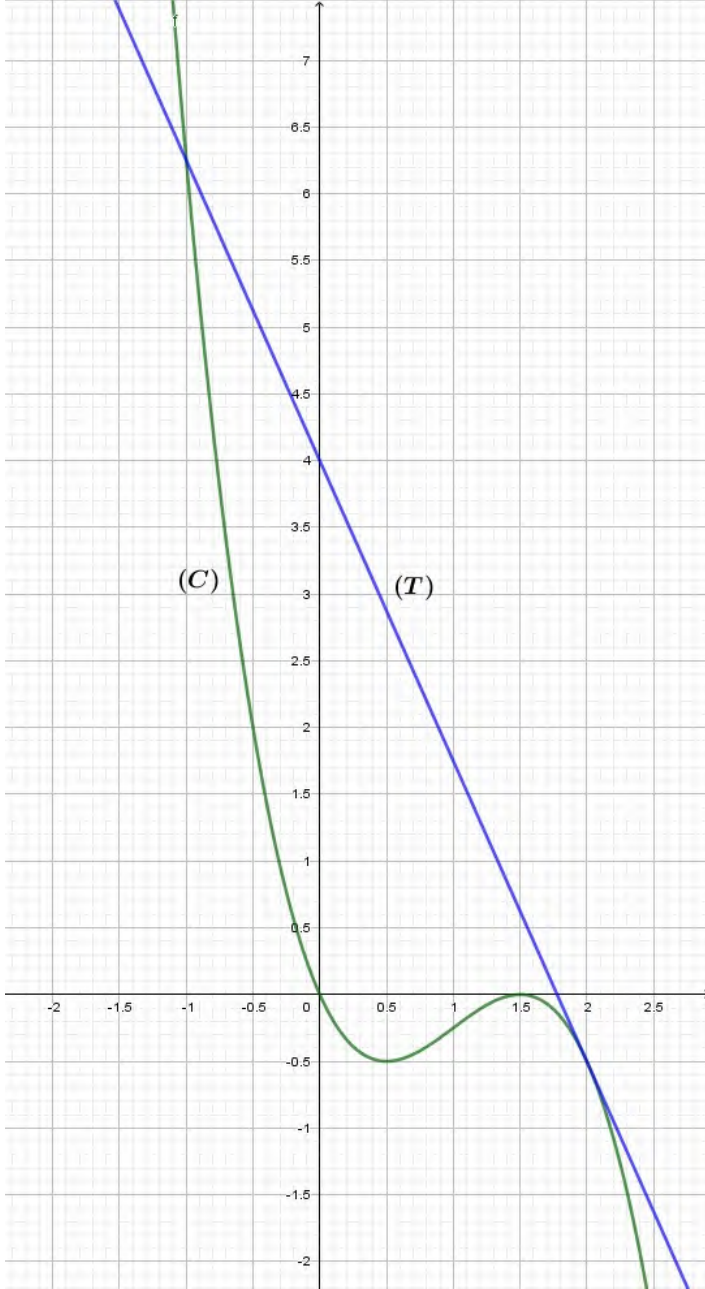
4 عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $a^{1443n} + n + 5 \equiv 0[7]$

(60 دقيقة)

★ (08 نقاط)

التمرين 01

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - \frac{9}{4}x$ والمستقيم (T) هو مماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 حيث : $y = g(x)$ معادلة له.



- بقراءة بيانية ، عين :

1 (أ) عدد نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

الجواب: نقطتان 0.5

(ب) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

الجواب: 0.5

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	+

(ج) عدد حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$

الجواب: حلان 0.5

- باستعمال عبارة الدالة f :

1 (أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

الجواب:

0.5 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) = -\infty$

(ب) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

الجواب:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x^2 + 6x - \frac{9}{4}$

لدينا : $f'(x) = 0$ يكافئ : $-3x^2 + 6x - \frac{9}{4} = 0$ نحل المعادلة نجد :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

1 $x = \frac{3}{2}$ أو : $x = \frac{1}{2}$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

0.5

الجواب:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				0		$-\infty$

2 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

0.5 الجواب: $-x \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -x \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) = -x^3 + 3x^2 - \frac{9}{4}x = f(x)$

(ب) استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

الجواب: لدينا : $f(x) = 0$ يكافئ : $-x \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$ ومنه : $x = 0$ أو : $x = \frac{3}{2}$

0.5 إذن إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي : $(0; 0)$ و $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

3 بين أن : $g(x) = -\frac{9}{4}x + 4$

الجواب: $g(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = f'(2)(x - 2) + f(2) = -\frac{9}{4}x + 4$

0.5 ومنه : $g(x) = -\frac{9}{4}x + 4$

4 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $-x^3 + 3x^2 - 4 = -(x + 1)(x - 2)^2$

0.5

الجواب:

$-(x + 1)(x - 2)^2 = -(x + 1)(x^2 - 4x + 4) = -x^3 + 4x^2 - 4x - x^2 + 4x - 4 = -x^3 + 3x^2 - 4$

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = g(x)$

الجواب:

لدينا : $f(x) = g(x)$ يكافئ : $-x^3 + 3x^2 - \frac{9}{4}x = -\frac{9}{4}x + 4$ يكافئ : $-x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

0.75 يكافئ : $-(x + 1)(x - 2)^2 = 0$ ومنه : $x = -1$ أو : $x = 2$

(ج) استنتج فواصل نقط تقاطع (C) مع (T)

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} g(-1) = -\frac{9}{4}(-1) + 4 = \frac{25}{4} \\ g(2) = -\frac{9}{4}(2) + 4 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

0.5 إذن إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي : $\left(-1; \frac{25}{4}\right)$ و $\left(2; -\frac{1}{2}\right)$

5 أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 1

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-

6 لدينا : $f''(x) = -6x+6$ ومنه : $-6x+6 = 0$ يكافئ : $x = 1$

بما أن f'' تنعدم عند 1 و تغير إشارتها فإن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 1

7 عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x) = m$ ثلاثة حلول متميزة.

الجواب: $\left] -\frac{1}{2}; 0 \right[$ 0.5

التمرين 02 (06 نقاط) ★ (30 دقيقة)

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما. حدها الأول v_1 وأساسها q حيث : $v_2 = 6$; $\frac{v_3}{v_1} = 4$
(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حيث : $u_n = v_n - 1$

1 (أ) بين أن : $v_1 \times v_3 = 36$
الجواب:

لدينا : $v_2 = 6$ يكافئ : $v_2^2 = 36$ ومنه : $v_1 \times v_3 = 36$ 0.5

(ب) عين الحد الأول v_1 ثم استنتج أن : $q = 2$
الجواب:

لدينا : $\frac{v_3}{v_1} = 4$ يكافئ : $v_3 = 4v_1$ ولدينا أيضا : $v_1 \times v_3 = 36$

ومنه : $v_1 \times (4v_1) = 36$ يكافئ : $4v_1^2 = 36$ يكافئ : $v_1^2 = 9$ إذن : $v_1 = 3$ 1

لدينا : $v_1 \times q = v_2$ يكافئ : $q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{3}$ إذن : $q = 2$ 0.5

2 احسب u_1 و u_2
الجواب:

لدينا : $u_n = v_n - 1$ ومنه : $\begin{cases} u_1 = v_1 - 1 = 3 - 1 = 2 \\ u_2 = v_2 - 1 = 6 - 1 = 5 \end{cases}$ 0.5

3 اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
الجواب:

لدينا : $v_n = v_p \times q^{n-p}$ يكافئ : $v_n = v_1 \times q^{n-1}$ ومنه : $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ 0.5

لدينا : $u_n = v_n - 1$ ومنه : $u_n = 3 \times 2^{n-1} - 1$ 0.5

4 (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$
الجواب:

0.75 $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{v_1}{q-1} (q^{n-1+1} - 1) = \frac{3}{2-1} (2^n - 1) = 3(2^n - 1)$

(ب) استنتج بدلالة n المجموع K_n حيث : $K_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

الجواب:

$$K_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = v_1 - 1 + v_2 - 1 + \dots + v_n - 1 = (v_1 + v_2 + \dots + v_n) - 1(n - 1 + 1)$$

ومنه : $K_n = 3(2^n - 1) - n$ [0.75]

(ج) عين قيمة n حتى يكون : $K_n + n = 381$ (لاحظ أن : $2^7 = 128$)

الجواب:

لدينا : $K_n + n = 381$ يكافئ : $3(2^n - 1) = 381$ يكافئ : $2^n - 1 = 127$

يكافئ : $2^n = 128 = 2^7$ ومنه : $n = 7$ [1]

التمرين 03 (06 نقاط) ★ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث : $a = 6b + 10$

1 عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 6

الجواب:

لدينا : $a = 6b + 10 = 6(b + 1) + 4 = 6k + 4$ حيث : $k = b + 1$ ومنه : $a \equiv 4[6]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 6 هو 4 [1]

2 بين أن a و b متوافقان بترديد 5

الجواب:

لدينا : $a - b = 6b + 10 - b = 5b + 10 = 5(b + 2)$

معناه $a - b$ من مضاعفات العدد 5 ، إذن a و b متوافقان بترديد 5 [0.5]

3 نضع : $b = 324$

(أ) تحقق أن : $a \equiv 1[7]$; $2022 \equiv -1[7]$

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} a = 6b + 10 = 6(324) + 10 = 1954 \\ 1954 = 279 \times 7 + 1 \end{cases}$ إذن : $a \equiv 1[7]$ [0.75]

لدينا : $2022 = 289 \times 7 - 1$ ومنه : $2022 \equiv -1[7]$ [0.75]

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{1954} - 2022^{1962}$ على 7

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} a \equiv 1[7] \\ 2022 \equiv -1[7] \end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases} a^{1954} \equiv 1[7] \\ 2022^{1962} \equiv 1[7] \end{cases}$ ومنه : $a^{1954} - 2022^{1962} \equiv 0[7]$ [1.5]

4 عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $a^{1443n} + n + 5 \equiv 0[7]$

الجواب:

لدينا : $a \equiv 1[7]$ يكافئ : $a^{1443} \equiv 1[7]$ يكافئ : $a^{1443n} \equiv 1[7]$

ومنه : $1 + n + 5 \equiv 0[7]$ يكافئ : $1 + n + 5 \equiv 0[7]$

يكافئ : $n + 6 \equiv 0[7]$ يكافئ : $n \equiv 1[7]$

ومنه : $n = 7k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$) [1.5]