

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المسيلة
ثانوية: المجاهد طويري محمد
دورة ماي 2021

وزارة التربية الوطنية
إمتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي
الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

إختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- 1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5.
- 2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5.
- 3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2^{4n} \equiv 1[5]$.
- 4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$.
- 5) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد: $2^{4n} + 2^n + 41$ مضاعف للعدد 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية وحدودها موجبة، حدها الأول u_1 أساسها q حيث: $u_3 = 8$ و $u_5 \times u_7 = 4096$.
- 1) احسب u_6 والأساس q .
 - 2) احسب u_1 ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - 3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - 4) احسب المجموع S_n بدلالة n ، حيث: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.
 - 5) علما أن: $2^9 = 512$ ، عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 2044$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.
- (C_f) المنحنى البياني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
 - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.
 - (4) تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$.
 - (5) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
 - (6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = \frac{1}{2}$.
 - (7) أنشئ (T) و (C_f) في نفس المعلم السابق.
 - (8) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

إنتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

• a و b عددان طبيعيين حيث: $a \equiv 3[4]$ و $b \equiv 2[4]$.

(1) هل العدد $2a + 5b^3$ يقبل القسمة على 4؟

(2) احسب باقي قسمة العدد $a^2 - 2b^3$ على 4.

(3) تحقق أن: $a \equiv -1[4]$.

(4) استنتج باقي قسمة العدد $a^{2021} \times a^{1442}$ على 4.

(5) استنتج أن: $a^{2021} + a^{1442} \equiv 0[4]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

• لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r ، حيث: $u_3 = 1$ و $u_{12} = 19$.

(1) عين الأساس r والحد الأول u_0 لهذه المتتالية.

(2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب u_{18} .

(3) عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2021$.

(4) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

(5) استنتج المجموع: $A = 31 + 33 + 35 + \dots + 2021$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

• نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$.
 • (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2 : $f(x) = 2 - \frac{2}{x+2}$.

(2) أ) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

- (3) عين الدالة المشتقة f' للدالة f وادرس اشارتها.
- (4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على مجموعة تعريفها.
- (5) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
- (6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (7) أنشئ (T) و (C_f) .
- (8) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

إنتهى الموضوع الثاني

الزمن	اكتوبر 2020	جوان 2021
(أنا)'	+	
أنا		

الإرادة الصادقة للإنسان...
 تشبه قوة خفية تسير خلف ظهره، وتدفعه دفعا للأمام على طريق النجاح...
 وتنمى مع الوقت حتى تمنعه من التوقف أو التراجع.

😊 بالتوفيق والنجاح في شهادة بكالوريا 2021. 😊

أتمنى لكم حياة جامعية أفضل ... 🎓



تصحيح الموضوع الأول

حل التمرين الأول 05 ن

1 • دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5: 1.5 ن

\triangleleft من أجل $n = 0$ نجد: $2^0 \equiv 1[5]$

\triangleleft من أجل $n = 1$ نجد: $2^1 \equiv 2[5]$

\triangleleft من أجل $n = 2$ نجد: $2^2 \equiv 4[5]$

\triangleleft من أجل $n = 3$ نجد: $2^3 \equiv 3[5]$

\triangleleft من أجل $n = 4$ نجد: $2^4 \equiv 1[5]$

نلخص بواقي قسمة 2^n على 5 في الجدول التالي:

n	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	[5]

ومنه:

\triangleleft بواقي قسمة 2^{4k} على 5 هي 1.

\triangleleft بواقي قسمة 2^{4k+1} على 5 هي 2.

\triangleleft بواقي قسمة 2^{4k+2} على 5 هي 4.

\triangleleft بواقي قسمة 2^{4k+3} على 5 هي 3.

2 • تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5: 1 ن

لدينا: $1442 \equiv 2[5]$ حسب خواص الموافقات: $1442^{2021} \equiv 2^{2021}[5]$ ونكتب: $1442^{2021} \equiv 2^{2 \times 1010 + 1}[5]$

ولدينا: $2^{3k+1} \equiv 2[5]$ حسب خاصية التعدي ينتج: $1442^{2021} \equiv 2[5]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5 هو: 2.

3 • تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2^{4n} \equiv 1[5]$ 0.5 ن

لدينا: $2^4 \equiv 1[5]$ وباستعمال خاصية الرفع إلى قوى n نجد: $(2^4)^n \equiv 1^n[5]$ ومنه: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

4 • تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$ 1 ن

$$2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 2^{4 \times 103} + 2^{2(4n+1)} - 5[5] \quad \text{لدينا:}$$

$$2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 2^{4 \times 103} + (2^{4n+1})^2 - 5[5]$$

$$2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 1 + (2)^2 - 5[5]$$

$$2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 1 + 4 - 5[5]$$

$$2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$$

5) تعيين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد: $2^{4n} + 2^n + 41$ مضاعف للعدد 5: **1 ن**

$$\text{لدينا: } 2^{4n} + 2^n + 41 \equiv 0[5] \text{ مضاعف لـ } 5 \text{ معناه } 2^{4n} + 2^n + 41 \equiv 0[5]$$

$$\text{ومنه: } 2^{4n} + 2^n + 41 \equiv 0[5] \text{ يكافئ } 1 + 2^n + 1 \equiv 0[5] \text{ يكافئ } 2^n \equiv -2[5] \text{ يكافئ } 2^n \equiv 3[5]$$

$$\text{ومن الجدول نجد: } n = 4k + 3 \text{ حيث: } k \in \mathbb{Z}$$

حل التمرين الثاني **06 ن**

1) حساب u_5 : **1 ن**

$$\text{لدينا: } u_5 \times u_7 = 4096 \dots \text{ ①}$$

$$\text{وحسب خاصية الوسط الهندسي في المتتالية الهندسة نجد: } u_5 \times u_7 = (u_5)^2 \dots \text{ ②}$$

$$\text{من ① و ② نجد: } (u_6)^2 = 4096 \text{ أي: } u_6 = \sqrt{4096} = 64 \text{ أو } u_6 = -\sqrt{4096} = -64$$

$$\text{بما أن حدود المتتالية } (u_n) \text{ موجبة فإن: } u_5 = 64$$

• حساب الأساس r : **1 ن**

$$\text{لدينا: } u_6 = u_3 \times q^{6-3} \text{ أي } 64 = 8 \times q^3 \text{ أي } q^3 = \frac{32}{8} \text{ ومنه } q^3 = 8$$

$$\text{(بما أن } 2^3 = 8 \text{ فإن: } q^3 = 2^3 \text{ ومنه } q = 2)$$

2) حساب u_1 : **0.5 ن**

$$\text{لدينا: } u_3 = u_1 \times q^{3-1} \text{ أي: } 8 = u_1 \times 2^2 \text{ أي: } u_1 = \frac{8}{4} \text{ ومنه: } u_1 = 2$$

• عبارة حد العام u_n بدلالة n : **1 ن**

$$\text{تعطى عبارة الحد العام لمتتالية هندسية حدها الأول } u_1 \text{ بالعلاقة التالية: } u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

$$\text{بعد التعويض نجد: } u_n = 2 \times 2^{n-1} \text{ أي } u_n = 2^{n-1+1} \text{ ومنه } u_n = 2^n$$

3) اتجاه تغير المتتالية u_n : **0.5 ن**

$$\text{بما أن } q = 2 > 1 \text{ و } u_1 = 2 > 1 \text{ فإن المتتالية } u_n \text{ متزايدة تماما.}$$

4) حساب المجموع S_n بدلالة n : **1 ن**

$$\text{لدينا: } S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \times \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = 2 \times \left(\frac{2^n - 1}{2 - 1} \right) = 2 \times (2^n - 1)$$

5

علما أن: $2^9 = 512$ ، عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 2044$ **1 ن**

لدينا: $S_n = 2044$ معناه: $2 \times (2^n - 1) = 2044$ معناه: $(2^n - 1) = 511$ معناه: $2^n = 512$ بالمطابقة مع $2^9 = 512$ نجد $n = 9$.

حل التمرين الثالث **09 ن**

1 حساب النهايات **0.5 ن** + **0.5 ن**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة f :

• حساب الدالة المشتقة f' للدالة f : **0.5 ن**

الدالة f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ودالتها المشتقة f' حيث: $f'(x) = 6x^2 - 6x$

• دراسة إشارة $f'(x)$: **0.5 ن**

لدينا: $f'(x) = 0$ تكافئ $6x^2 - 6x = 0$ تكافئ $6x(x-1) = 0$

تكافئ $6x = 0$ أو $x - 1 = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

إذن من أجل: **0.5 ن**

$x \in]-\infty; 0[$; $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $] -\infty; 0[$

$x \in [0; 1[$; $f'(x) < 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على مجال $[0; 1[$

$x \in [1; +\infty[$; $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $[1; +\infty[$

• جدول تغيرات الدالة f : **0.5 ن**

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

3 تبين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها: **1 ن**

نحسب الدالة المشتقة الثانية f'' للدالة f وندرس إشارتها:

الدالة f' قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ودالتها المشتقة f'' حيث: $f''(x) = 12x - 6$

لدينا: $f''(x) = 0$ تكافئ $12x - 6 = 0$ تكافئ $12x = 6$ تكافئ $x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

إذن الدالة المشقة الثانية f'' تنعدم من أجل $x = \frac{1}{2}$ مغيرة إشارتها.
ومنه المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف w حيث: $w\left(\frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ أي $w\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

4 التحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$: 0.5 ن

من أجل كل x من \mathbb{R} : لدينا:

$$(x-1)(2x^2 - x - 1) = 2x^3 - x^2 - x - 2x^2 + x + 1 = 2x^3 - 3x^2 + 1 = f(x)$$

5 تعيين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات:

• مع محور الفواصل: 0.5 ن + 0.5 ن

معناه $y = 0$ معناه $f(x) = 0$ معناه $(x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$ معناه $(x-1) = 0$ أو $(2x^2 - x - 1) = 0$

لدينا: $x - 1 = 0$ يكافئ $x = 1$

ولدينا: $(2x^2 - x - 1) = 0$ نحسب المميز Δ فنجد: $\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-1) = 9$

ومنه للمعادلة حلان: $x_1 = \frac{1 + \sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{4}{4} = 1$ أو $x_2 = \frac{1 - \sqrt{9}}{2 \times 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين A و B حيث: $A(1;0)$ و $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

• مع محور الترتيب: 0.5 ن

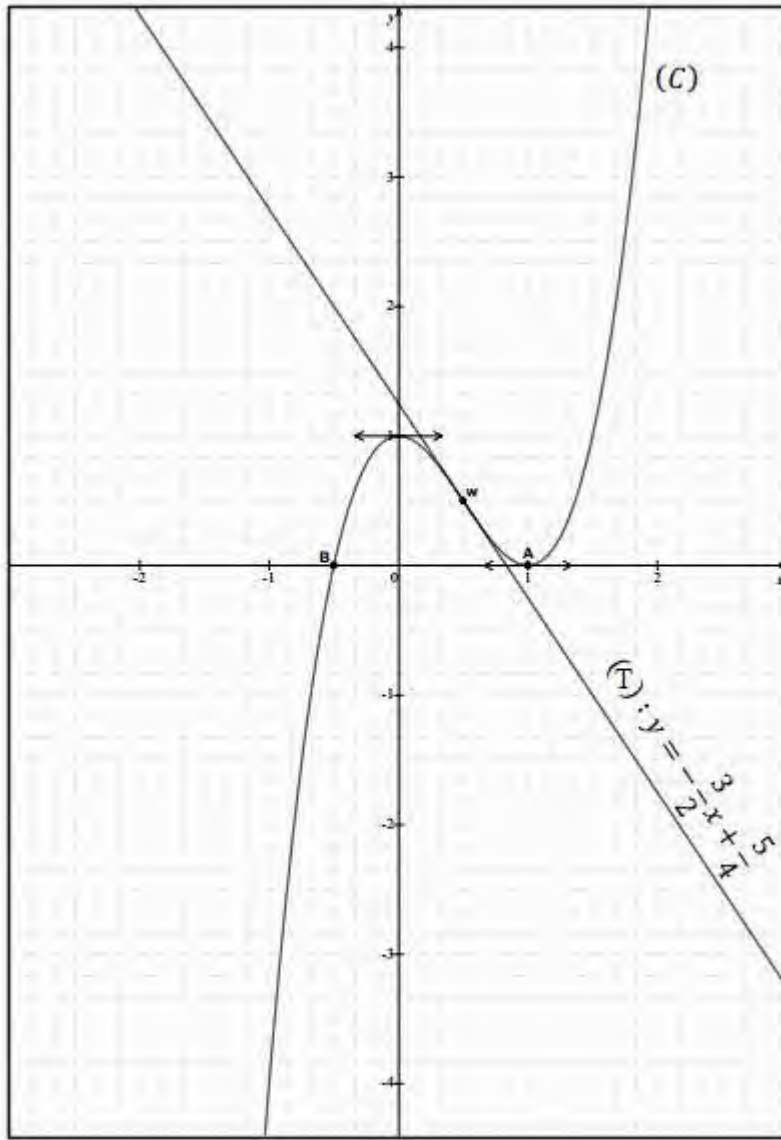
معناه $x = 0$ أي نحسب: $f(0) = 2(0)^3 - 3(0)^2 + 1 = 1$ ومنه: $f(0) = 1$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الترتيب في النقطة C حيث: $C(0;1)$.

6 كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = \frac{1}{2}$: 1 ن

$(T): f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ تكافئ $(T): -\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$ تكافئ $(T): -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$

7 إنشاء المماس (T) : 0.5 ن والمنحنى (C_f) : 0.5 ن



8 مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$ **1 ن**

◁ من أجل $m \in]-\infty; 0[$ يوجد حل وحيد

◁ من أجل $m = 0$ يوجد حل مضاعف $x_0 = 1$ و حل $x_1 = -\frac{1}{2}$

◁ من أجل $m \in]0; 1[$ يوجد ثلاثة حلول

◁ من أجل $m = 1$ يوجد حل مضاعف $x_2 = 0$ و حل $x_3 = \frac{3}{2}$

◁ من أجل $m \in]1; +\infty[$ يوجد حل وحيد

إنتهى تصحيح الموضوع الأول

1 نبحث إن كان العدد $2a + 5b^3$ يقبل القسمة على 4: 1 ن

نقول عن العدد $2a + 5b^3$ أنه يقبل القسمة على 4 إذا كان $2a + 5b^3 \equiv 0[4]$.

لدينا: $a \equiv 3[4]$ يكافئ $2a \equiv 6[4]$ يكافئ $2a \equiv 2[4] \dots$ 1 يكافئ

ولدينا: $b \equiv 3[4]$ يكافئ $b^3 \equiv 2^3[4]$ يكافئ $b^3 \equiv 8[4]$ يكافئ $b^3 \equiv 0[4]$ يكافئ

يكافئ $5b^3 \equiv 0[4] \dots$ 2

بجمع الموافقة 1 والموافقة 2 طرف لطرف ينتج: $2a + 5b^3 \equiv 2[4]$.

ومنه العدد $2a + 5b^3$ لا يقبل القسمة على 4.

2 حساب باقي قسمة العدد $a^2 - 2b^3$ على 4: 1 ن

لدينا: $a \equiv 3[4]$ يكافئ $a^2 \equiv 3^2[4]$ يكافئ $a^2 \equiv 9[4] \dots$ يكافئ $a^2 \equiv 1[4] \dots$ 3

ولدينا: $b^3 \equiv 0[4]$ يكافئ $2b^3 \equiv 0[4] \dots$ 4

نطرح الموافقة 3 من الموافقة 4 نجد: $a^2 - 2b^3 \equiv 1[4]$.

ومنه باقي قسمة العدد $a^2 - 2b^3$ على 4 هو 1.

3 حساب باقي قسمة العدد $a^2 - 2b^3$ على 4: 1 ن

لدينا: $a \equiv 3[4]$ يكافئ $a + 1 \equiv 3 + 1[4]$ يكافئ $a + 1 \equiv 4[4]$ يكافئ

وبما أن: $4 \equiv 0[4]$ فإن (حسب خاصية التعدي): $a + 1 \equiv 0[4]$

يكافئ $a + 1 - 1 \equiv 0 - 1[4]$ يكافئ $a \equiv -1[4]$

4 استنتاج باقي قسمة العدد $a^{2021} \times b^{1442}$ على 4: 1 ن

لدينا: $a \equiv -1[4]$ يكافئ $a^{2021} \equiv (-1)^{2021}[4]$

بما أن العدد 2021 فردي فإن: $a^{2021} \equiv -1[4]$ أي: $a^{2021} \equiv 3[4] \dots$ 5

لدينا: $a \equiv -1[4]$ يكافئ $a^{1442} \equiv (-1)^{1442}[4]$

بما أن العدد 1442 زوجي فإن: $a^{1442} \equiv 1[4] \dots$ 6

نضرب الموافقة ⑤ في الموافقة ⑥ نجد: $a^{2021} \times a^{1442} \equiv 3 \times 1[4]$

$$a^{2021} \times a^{1442} \equiv 3[4] \text{ يكافئ}$$

ومنه باقي قسمة العدد $a^{2021} \times a^{1442}$ على 4 هو 3.

5 استنتاج أن: $a^{2021} + a^{1442} \equiv 0[4]$ 1 ن

بجمع الموافقة ⑤ والموافقة ⑥ نجد: $a^{2021} + a^{1442} \equiv 3 + 1[4]$ يكافئ $a^{2021} \times a^{1442} \equiv 4[4]$

وبما أن: $4 \equiv 0[4]$ فإن (حسب خاصية التعدي): $a^{2021} + a^{1442} \equiv 0[4]$

حل التمرين الثاني 06 ن

1 • تعيين الأساس r 1 ن

* طريقة 1

$$\begin{cases} 1 = u_0 + 3r \dots (I) \\ 19 = u_0 + 12r \dots (II) \end{cases} \text{ وبالتعويض نجد: } \begin{cases} u_3 = u_0 + 3r \\ u_{12} = u_0 + 12r \end{cases} \text{ بما أن } u_n \text{ متتالية حسابية فإن:}$$

بطرح (I) من (II) طرف لطرف ينتج: $(19 - 1) = (u_0 - u_0) + (12 - 3)r$

$$\text{أي: } 18 = 9r \text{ ومنه: } r = \frac{18}{9} = 2$$

* طريقة 2

لدينا: $u_{12} = u_3 + (12 - 3)r$ ومنه: $19 = 1 + 9r$ أي: $19 - 1 = 9r$ أي: $18 = 9r$ إذن: $r = \frac{18}{9} = 2$

• تعيين الحد الأول u_0 0.5 ن

نعوض قيمة r في المعادلة (I) ينتج: $1 = u_0 + 3 \times 2$ أي $u_0 = 1 - 6$ إذن: $u_0 = -5$.

2 • عبارة حد العام u_n بدلالة n : 1 ن

تعطى عبارة الحد العام u_n لمتتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r بالعلاقة التالية: $u_n = u_0 + n \times r$

بعد التعويض والترتيب نجد: $u_n = 2n - 5$.

• حساب u_{18} : 0.5 ن

بالتعويض في عبارة الحد العام نجد: $u_{18} = 2(18) - 5 = 36 - 5 = 31$.

3 • تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2021$ 1 ن

$u_n = 2021$ تكافئ $2n - 5 = 2021$ تكافئ $2n = 2021 + 5$ تكافئ $2n = 2026$ تكافئ $n = \frac{2026}{2} = 1013$

4

1 ن حساب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$$\begin{aligned} S_n &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (n+1) \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right) \\ &= (n+1) \left(\frac{-5 + 2n - 5}{2} \right) \\ &= (n+1) \left(\frac{2n - 10}{2} \right) = (n+1) \left(\frac{2(n-5)}{2} \right) = (n+1)(n-5) \end{aligned}$$

5

1 ن إستنتاج المجموع: $A = 31 + 33 + 34 + \dots + 2021$

$$\begin{aligned} A &= 31 + 33 + 34 + \dots + 2021 = u_18 + u_19 + u_{20} + \dots + u_{1013} \\ &= (1013 - 18 + 1) \left(\frac{31 + 2021}{2} \right) = 1021896 \end{aligned}$$

09 ن حل التمرين الثالث

1

0.5 ن تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2 : $f(x) = 2 - \frac{2}{x+1}$

* طريقة 1

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2} = \frac{2x+2+4-4}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{2}{x+2} = 2 - \frac{2}{x+2}$$

* طريقة 2

$$2 - \frac{2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2} = f(x)$$

$$f(x) = 2 - \frac{2}{x+1} \text{ أي}$$

2

1 حساب النهايات

$$0.5 \text{ ن } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

$$0.5 \text{ ن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

إشارة المقام $x+2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+1$		0	
		$-$	$+$

$$0.5 \text{ ن } \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$0.5 \text{ ن } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

ب استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مع تعيين معادلة لكل منهما:

(التفسير الهندسي) 0.5 ن + 0.5 ن

◁ لدينا: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$ وبجوار $(-\infty)$.

◁ ولدينا: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ مستقيم مقارب عمودي

للمنحنى (C_f) .

3 • تعيين الدالة المشتقة f' للدالة f : 1 ن

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ و دالتها المشتقة f'

$$f'(x) = \frac{(2x+2)'(x+2) - (x+2)'(2x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2(x+2) - (2x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2} \text{ حيث:}$$

• دراسة إشارة $f'(x)$: 0.5 ن

بما أن: $(x+2)^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط ومنه $f'(x) > 0$

• إتجاه تغير الدالة f : 0.5 ن

إذن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجال $]-\infty; -2[$ والمجال $] -2; +\infty[$

4 جدول تغيرات f : 0.5 ن

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

5 • تعيين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات:

• مع محور الفواصل: 0.5 ن

$$\text{معناه } y = 0 \text{ معناه } f(x) = 0 \text{ معناه } \frac{2x+2}{x+2} = 0 \text{ معناه } 2x+2 = 0 \text{ معناه } 2x = -2 \text{ أي } x = -\frac{2}{2} = -1$$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة A حيث: $A(-1; 0)$.

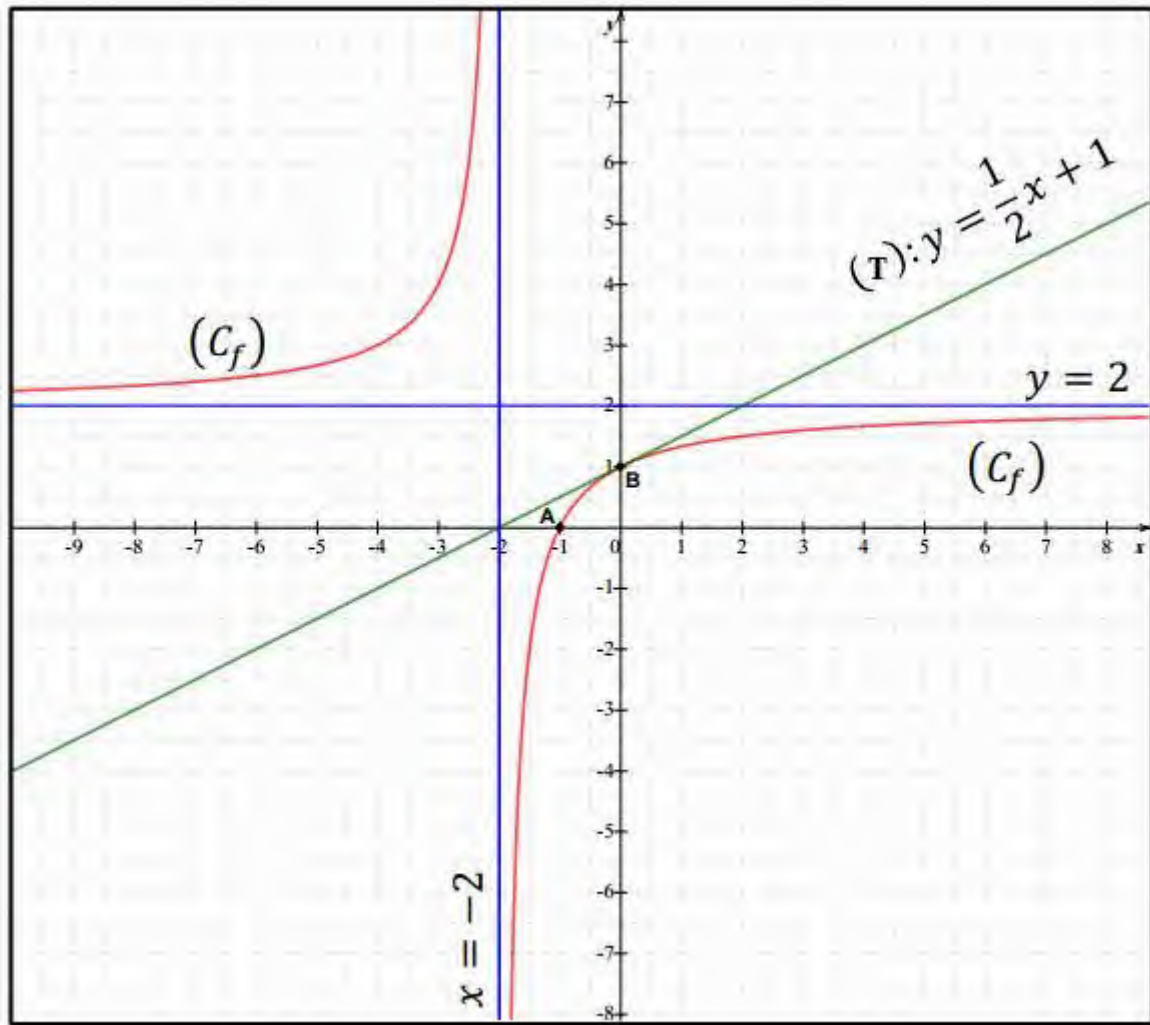
• مع محور الترتيب: 0.5 ن

$$\text{معناه } x = 0 \text{ أي نحسب: } f(0) \text{ ومنه: } f(0) = \frac{2(0)+2}{(0)+2} = \frac{2}{2} = 1$$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الترتيب في النقطة B حيث: $B(0; 1)$.

6 • كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0: 0.5 ن

$$(T) : \frac{1}{2}x + 1 \text{ تكافئ } (T) : f'(0)(x-0) + f(0)$$



0.5 ن مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$

- من أجل $m \in]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ يوجد حل وحيد.
- من أجل $m = 2$ لا يوجد حلول.

إنتهى تصحيح الموضوع الثاني

