

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

(الموضوع الأول)

**التمرين 1: (06 نقاط)**

لنكن الأعداد الطبيعية  $a$ ،  $b$  و  $c$  بحيث:  $a \equiv 2024[11]$ ،  $b \equiv 1445[11]$  و  $c \equiv 10^{1954}[11]$

1. عيّن باقي قسمة كلا من  $a$  و  $b$  على 11، وهل العدان  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 11؟ علّل إجابتك.
2. تحقّق أن  $10 \equiv -1[11]$  ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $c$  على 11.
3. استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من  $a + b + c$  و  $3a^2 - 2b^3$  على 11.
4. أ) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق:  $c^n + cn \equiv 0[11]$   
ب) استنتج قيمة  $n$  بحيث يكون:  $1954 \leq n \leq 1962$ .

**التمرين 2: (06 نقاط)**

لنكن  $(U_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q$  موجب تماما ومعرفة على  $\mathbb{N}$  بحيث:  $U_2 = 20$  و  $U_4 = 80$

1. بيّن أن أساس هذه المتتالية هو  $q = 2$  و حدّها الأول  $U_0 = 5$ .
2. أكتب عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$ .
3. تحقّق أن:  $U_{n+1} - U_n = 5 \times 2^n$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$ .
4. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المجموع  $S_n$  بحيث:  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$   
أ) بيّن أن:  $S_n = 5(2^{n+1} - 1)$   
ب) استنتج قيمة  $n$  بحيث يكون:  $S_n = 635$

**التمرين 3: (08 نقاط)**

لنكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$
2. أحسب  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
3. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
4. بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف  $A$  يطلب تعيين إحداثياتها.
5. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$ .
6. أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f(x) = (x + 1)(-x^2 + 4x - 4)$   
ب) استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري الاحداثيات. (محور الفواصل، ومحور الترتيب)
7. أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

انتهى الموضوع الأول

**التمرين 1: (06 نقاط)**

لتكن  $(U_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $U_0$  وأساسها  $r$  تحقق  $U_1 + U_2 + U_3 = 72$  :

1. بين أن  $U_2 = 24$  ، علما أن  $U_0 = 8$  بين أن  $r = 8$  .
2. أكتب عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$  واحسب الحد الرابع عشر لهذه المتتالية .
3. بين أن العدد 2024 حد من حدود المتتالية  $(U_n)$  ثم عيّن رتبته .
4. أحسب المجموع  $S$  بحيث :  $S = U_{1445} + U_{1446} + \dots + U_{2024}$  .

**التمرين 2: (06 نقاط)**

ليكن  $n \in \mathbb{N}$  .

1. أدرس تبعا لقيم  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 9 .
2. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2021^{1442}$  على 9 .
3. بين أن العدد  $(8 - 1691^{1954} + 2021^{1442})$  مضاعف لـ 9 .
4. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن العدد  $(5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443)$  مضاعف للعدد 9 .
5. عيّن قيم  $n$  التي من أجلها يكون  $A_n \equiv 0[9]$  بحيث :  $A_n = 2021^{1442} + 1691^{1954} + n$  .

**التمرين 3: (08 نقاط)**

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  :  $f(x) = \frac{-2x - 2}{x - 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 فإن  $f(x) = -2 - \frac{4}{x - 1}$  .
2. أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  .  
ب) استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما .
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 فإن  $f'(x) = \frac{4}{(x - 1)^2}$  .  
ب) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين  $(T)$  و  $(T')$  معامل توجيههما 1 ، ثم اكتب معادلة كل منهما .
5. أ) عيّن نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات .  
ب) أرسم كلا من  $(T)$  ،  $(T')$  و المنحنى  $(C_f)$  .

انتهى الموضوع الثاني