المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد	نوفمبر2019
الفرض الأول في مادة الرياضيات	المدة: 2 سا

التمرين الأول: بلغ عدد زبائن أحد مستوردي السّيارات 1000 زبون خلال سنة 1999.

لاحظ المستورد في السّنة الموالية انخفاض بنسبة 60% من زبائنه وأضيف إليهم بفضل الإشهار 630 زبون جديد.

نفرض أنّ تطور الزبائن يتواصل بنفس الكيفية السّابقة خلال السّنوات العشر الموالية نرمز بـ: u_n إلى عدد الزبائن خلال السّنة $1999+n$ حيث n عدد طبيعي.

1) ماهي قيمة u_0 ؟ أحسب u_1 و u_2.

2) عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 1050$.

أ) أحسب v_0 ، v_1 و v_2 ثمّ خمّن طبيعة المتتالية (v_n).

ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تحديد حدّها الأوّل وأساسها q.

جـ) عبّر بدلالة n عن v_n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n.

4) هل ممكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون؟

5) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq 1050$.

ب) برهن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

جـ) ماذا تستنتج بالنّسبة إلى تقارب المتتالية (u_n).

التمرين الثاني: f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$

1- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2- أحسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f ثمّ استنتج اتجاه تغير f.

3- شكّل جدول تغييرات الدالة f.

4- برهن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,1 < \alpha < 1,2$.

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

1 1 1	التمرين الأول: -1 $u_0 = 1000$ $u_1 = u_0 - \frac{60}{100}$, $u_0 + 630 = 0{,}4 \text{ X } u_0 + 630 = 1030$ $u_2 = 0{,}4 \times u_1 + 630 = 1042$
1	-2 $u_{n+1} = 0{,}4 \times u_n + 630$
1,5	-3 أ- $V_0 = u_0 - 1050 = -50$ $V_1 = u_1 - 1050 = -20$ $V_2 = u_2 - 1050 = -8$
1 0,5	ب- $V_{n+1} = u_{n+1} - 1050$ $= 0{,}4 \times U_n + 630 - 1050$ $= 0{,}4 \times (V_n + 1050) + 630 - 1050$ $= 0{,}4 \times V_n$ وبه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 0{,}4$ وحدها الأول $0 = -50$
1	أ- $V_n = V_0 \ q^n$ $= (-50)\,(0{,}4)^n$
1	$U_n = V_n + 1050 = (-50)(0{,}4)^n + 1050$
1	-4 $U_n = 1100$ أي $(-50)\,(0{,}4)^n + 1050 = 1100$ ومنه $(0{,}4)^n = -1$ مستحيلة لا يمكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون
1	-5 $q(n) = U_n \leq 1050$ لدينا $U_0 = 1000$ و $1000 \leq 1050$ ومنه $q(0)$ صحيحة فرضية التراجع : $U_n \leq 1050$ ونبرهن $U_{n+1} \leq 1050$ $U_n \leq 1050$ ومنه $0{,}4\, U_n \leq 420$ $0{,}4\, U_n + 630 \leq 1050$ أي $U_{n+1} \leq 1050$ وهو المطلوب
1	ب- $U_{n+1} - U_n = 0{,}4\, U_n + 630 - U_n$ $= (-0{,}6)\ U_n + 630$ بما أن $_n \leq 1050$ فإن $(-0{,}6)\, U_n \geq -630$ ومنه $(-0{,}6)\, U_n + 630 \geq 0$ أي $_n - U_n \geq 0$ ومنه (U_n) متزايدة تماما

نستنتج أن U_n متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 1050	1

التمرين الثاني:

$f(n) = x^3 + 3x^2 - 5$ — 0,5

أ) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(n) = \lim\limits_{x \to -\infty} n^3 = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(n) = \lim\limits_{x \to +\infty} n^3 = +\infty$ — 0,5

$f'(n) = 3x^2 + 6x$ — 1

$= 3x + (x + 2)$ — 1

	+	-	+
		-2	0

— 1

f متزايدة تماما على(-2 -0,0]

وعلى $[0 ; +\infty[$

ومتناقضة تماما على $(-2 ; 0)$

n	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(n)$		+		-		+	
$f(n)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

— 1

4- f مستمرة ومتزايدة تماما على $]0 ; +\infty[$ بالأخص على $(1,1 ; 1,2)$ — 2

$f(1,1) \approx -0,04$

$f(1,2) \approx -0,05$

ومنه حسب مبرهنة القيّم المتوسطة المعادلة $f(n) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث $1,1 < \alpha < 1,2$