الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الجزائر غرب — السنة الدراسية : 2024 / 2025

م / خ ليزيليت درارية — المستوى : 3ثانوي (تسيير وإقتصاد)

الفرض الثالث في مادة الرياضيات — المـــدة : ساعة ونصف.

التمرين الأول : (08 نقاط):

1)- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $-3x^2+14x-8=0$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة :

$$-3(Lnx)^2+14Lnx-8\geq 0$$

2)- ليكن في $\mathbb{R}$ كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x)=-3x^3+8x^2+20x-16$

أ)- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x)$ يكتب من الشكل:

$P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$ حيث : a ، b، و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$

3)-استنتج حلول المعادلات التالية : أ)- $-3(\log x)^3+8(\log x)^2+20\log x-16=0$

بـ)- $-3\times 3^{3x}+8\times 3^{2x}+20\times 3^x-16=0$

جـ)- $-3(\log_3 x)^3+8(\log_3 x)^2+20\log_3 x-16=0$

أختر إحدى المسألتين :

المسألة الأولى (12 نقطة) :

I)– لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D_g =]-1,+\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^2 + 2x + Ln(x+1)$$

1)– أحسب : $\lim\limits_{x \to -1^{>}} g(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2)–أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال D_g،ثم شكل جدول تغيراتها

3)– أحسب : $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .

II)– لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D_f =]-1,+\infty[$

بـ : $f(x) = x - 1 - \dfrac{Ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في م م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)– أ)– أحسب : $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x)$،ثم فسرهذه النتيجة بيانيا.

ب)– أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2)– أ)– أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)]$،ثم فسرهذه النتيجة بيانيا.

ب)– أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) الذي

معادلته : $y = x - 1$.

3)– بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

– استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على D_f .

4)– بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 عند نقطة W

يطلب تعيين إحداثياتها .

5)– أنشئ (D) و (C_f) .

6)– أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) ، (D)

والمستقيمين الذين معادلتهما : $x = 0$ ، $x = 1$.

المسألة الثانية (12 نقطة) :

– لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في م م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)– أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. ثم فسرهذه النتيجة بيانيا.

2)– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 3 - \dfrac{4}{e^x + 1}$ ، ثم استنتج

حساب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، فسرهذه النتيجة بيانيا.

3)– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

– استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

4)– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 2$

فسرهذه النتيجة بيانيا.

5)– بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلته .

6)– أوجد إحداثيتي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

7)– أنشئ (T) و (C_f) .

8)– ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$f(x) = m$

9)– أ)– تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 3 - \dfrac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

ب)– أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) ، (xx')

والمستقيمين الذين معادلتهما : $x = 0$ ، $x = 1$.

بالتوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا2025 الأستاذة : بن زادي

التمرين الأول : (08 نقاط)

1)- $-3x^2+14x-8=0$ ، $\Delta=100$ ، $x_1=4$ ، $x_2=\frac{2}{3}$ ، $S_1=\left\{\frac{2}{3},4\right\}$ ....(01ن)

– نضع : $(x \succ 0)$ $X=Lnx$ ، $-3X^2+14X-=0$

x	0 $\quad$ $e^{\frac{2}{3}}$ $\quad$ e^4 $\quad$ $+\infty$
$-3(Lnx)^2+14Lnx-8$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$

ومنه : $S_2=\left[e^{\frac{2}{3}},e^4\right]$ ....(01ن)

2)- أ)- من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$ ، $P(x)=ax^3+(b+2a)x^2+(c+2b)+2c$

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a=-3 \\ b+2a=8 \\ 2c=-16 \end{cases}$ ومنه : $a=-3 \quad b=14 \quad c=-8$ ....(1.5ن)

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x+2)(-3x^2+14x-8)$

$P(x)=0$ معناه : $x+2=0$ أو : $-3x^2 14x-8=0$ ومنه : $S_3=\left\{\frac{2}{3},-2,4\right\}$ ....(01ن)

3)- أ)- نضع : $(x \succ 0)$ $X=\log x$

$\log x=4$ ، $\log x=-2$ ، $\log x=\frac{2}{3}$. ومنه : $S_4=\left\{10^{\frac{2}{3}},10^{-2},10^4\right\}$ ....(1.5ن)

ب)- نضع : $(X \succ 0)$ $X=3^x$

$3^x=4$ ، $3^x=\frac{2}{3}$ ، $3^x=-2$ (مرفوضة) . ومنه : $S_5=\left\{\log_3\frac{2}{3},\log_3 4\right\}$ ....(01ن)

جـ)- نضع : $(x \succ 0)$ $X=\log_3 x$

$\log_3 x=4$ ، $\log_3 x=-2$ ، $\log_3 x=\frac{2}{3}$. ومنه : $S_6=\left\{3^{-2},3^{\frac{2}{3}},3^4\right\}$ ....(01ن)

المسألة الأولى : (12 نقطة)

I)- 1)- $\lim\limits_{x \to -1^{+}} g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)=+\infty$ ....(0.5ن)(0.5ن)

2)- g قابلة للإشتقاق على المجال $]-1,+\infty[$: $g'(x)=2x+2+\frac{1}{x+1} \succ 0$ ....(0.5ن)

g متزايدة تماما على المجال : $]-1,+\infty[$ ....(0.5ن)

– جدول تغيرات الدالة g : ....(0.5ن)

x	-1 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

3)- $g(0)=0$ ، إشارة $g(x)$: ....(ن0.5)(ن0.5)

x	-1 0 $+\infty$
$g(x)$	- 0 +

II)- 1)- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x=-1$ ....(ن0.5) (ن01)

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ ....(ن0.5)

2)- أ)- بما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-Ln(x+1)}{x+1}\right]=0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا

مائلا معادلته : $y=x-1$ بجوار $+\infty$ ....(ن01)

ب)- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) : من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:..................(ن0.5)

$$f(x)-y=\frac{-Ln(x+1)}{x+1}$$

x	-1 0 $+\infty$	
$f(x)-y$	+	0 -
الوضعية	(C_f) فوق (D)	(C_f) تحت (D)

$(C_f)\cap(D)=\{A(0,-1)\}$

3)- أ)- f قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$:

$$f'(x)=1-\frac{\frac{1}{x+1}\times(x+1)-Ln(x+1)}{(x+1)^2}=1-\frac{1-Ln(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x+1-1+Ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$f'(x)==\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ....(ن0.5)

ب)- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$:

f متزايدة تماما على المجال: $[0,+\infty[$ ، f متناقصة تماما على المجال $]-1,0]$ ....(ن01)

– جدول تغيرات الدالة f : ....(ن 01)

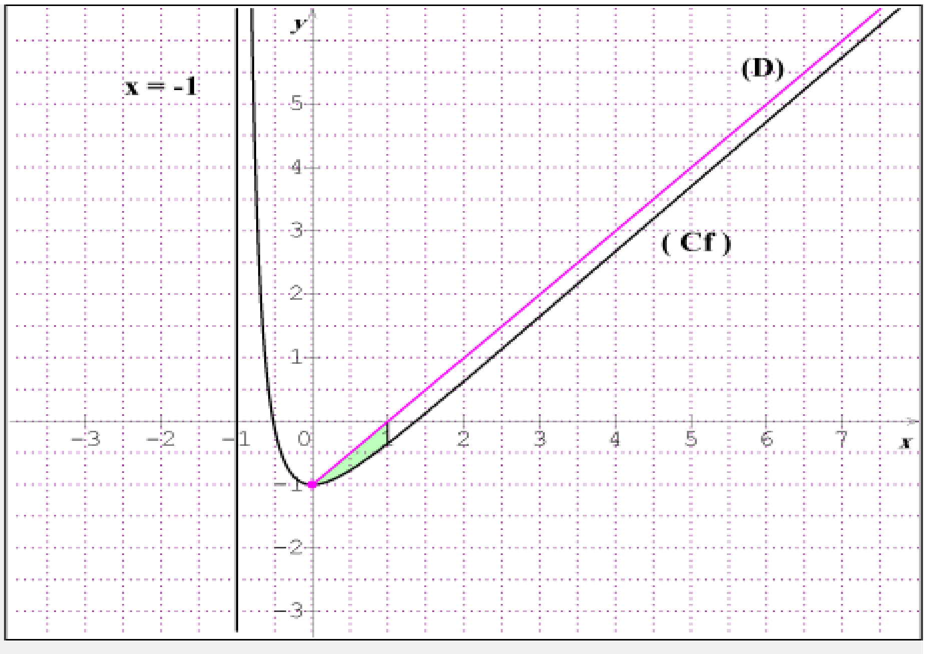
x	-1 0 $+\infty$
$f'(x)$	- 0 +
$f(x)$	$+\infty$ ↘ -1 ↗ $+\infty$

4)- $f'(x)=1$ ، $x^2+2x+Ln(x+1)=(x+1)^2$

$Ln(x+1)=1$ ، $x+1=e$ ، $x=e-1$.

$f(e-1)=e-2+\dfrac{1}{e}$ ومنه : $W\left(e-1, e-2+\dfrac{1}{e}\right)$ ....(01 ن)

5)- أ)- إنشاء (D) و (C_f) : ....(01 ن)



6)- $S=\int_0^1\left[y-f(x)\right]dx=\int_0^1\dfrac{Ln(x+1)}{x+1}dx$

$S=\left[\dfrac{\left(Ln(x+1)\right)^2}{2}\right]_0^1=\dfrac{\left(Ln2\right)^2}{2}us$ ....(0.5ن)

المسألة الثانية : (12 نقطة)

1)- $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته : $y=-1$

بجوار $-\infty$ ....(0.5ن) (0.5ن)

2)- من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=\dfrac{3(e^x+1)-4}{e^x+1}=f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$..................(0.5ن)

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[3-\dfrac{4}{e^x+1}\right]=3$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{e^x+1}=0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا

معادلته : $y=3$ بجوار $+\infty$ ....(0.5ن) (01ن)

3)- f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{3e^x(e^x+1)-e^x(3e^x-1)}{(e^x+1)^2}=\dfrac{3e^{2x}+3e^x-3e^{2x}+e^x}{(e^x+1)^2}$

$f'(x)=\dfrac{4e^x}{(e^x+1)^2}$ ....(0.5ن)

$f'(x)\succ0$ ومنه : f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ....(0.5ن)

– جدول تغيرات الدالة f : .... (ن 01)

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-1 \nearrow 3$

4)- من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=\dfrac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1}+\dfrac{3e^{x}-1}{e^{x}+1}=\dfrac{\left(3e^{-x}-1\right)e^{x}}{\left(e^{-x}+1\right)e^{x}}+\dfrac{3e^{x}-1}{e^{x}+1}$

$$f(-x)+f(x)=\frac{3-e^{x}}{e^{x}+1}+\frac{3e^{x}-1}{e^{x}+1}=\frac{2e^{x}+2}{e^{x}+1}$$

$f(-x)+f(x)=\dfrac{2(e^{x}+1)}{e^{x}+1}=2$ .... (ن 01)

(C_f) يقبل النقطة $W(0,1)$ كمركز تنتظر . ... (ن0.5)

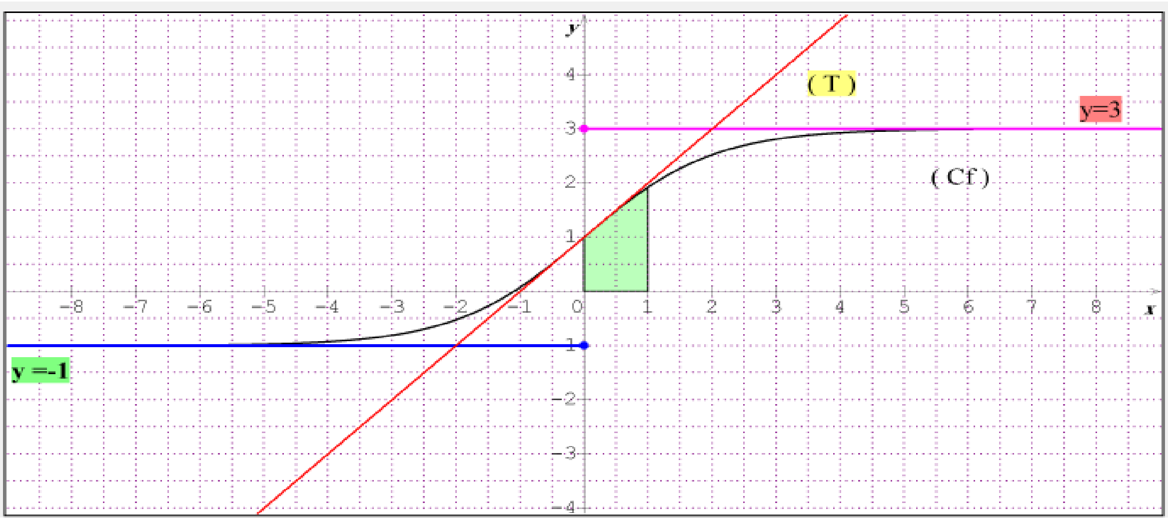
5)- $(T): y=f'(a)(x-a)+f(a)$ ، $f'(a)=1$ ، $4e^{a}=(e^{a}+1)^{2}$ ، $4e^{a}=e^{2a}+2e^{a}+1$ ،

$e^{2a}-2e^{a}+1=(e^{a}-1)^{2}=0$ ، ومنه : $a=0$ .... (ن0.5)

$(T): y=f'(0)x+f(0)=x+1$ .... (ن0.5)

6)- $(C_f)\cap(xx')=\{B(-Ln3,0)\}$ .... (ن0.5)

7)- إنشاء (T) و (C_f) : .... (ن1.5)



8)- حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته : $y=m$

$m\in]-\infty,-1]$ المعادلة لا تقبل حلول

$m\in]-1,1[$ للمعادلة حلا وحيدا سالبا

$m=1$ للمعادلة حلا وحيدا معدوما

$m\in]1,3[$ للمعادلة حلا وحيدا موجبا ....(01 ن)

$m\in[3,+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول

9)- أ)- من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=3-\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}=3-\frac{4}{e^{x}+1}=\frac{3e^{x}+3-4}{e^{x}+1}=\frac{3e^{x}-1}{e^{x}+1}$ ....(0.5ن)

ب)- $S=\int_0^1 f(x)dx=\left[3x+4Ln(e^{-x}+1)\right]_0^1$

$S=F(1)-F(0)=\left[3+4Ln\left(\frac{e^{-1}+1}{2}\right)\right]us$ ....(01 ن)