امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة: ماي 2021

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04ن)

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

السؤال	الاقتراح – أ –	الاقتراح – ب –	الاقتراح – ج –
1. قيمة التكامل $\int_1^2 \frac{3}{x^4}dx$ هي:	$\frac{7}{8}$	$-\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$
2. العدد $\ln\left(\frac{3e^2}{\sqrt{2}}\right)$ يساوي:	$\ln(3)+\frac{1}{2}\ln(2)-2$	$2\ln(3)-\frac{1}{2}\ln(2)+2$	$\ln(3)-\frac{1}{2}\ln(2)+2$
3. للمعادلة $2\ln(2x)-\ln(7x-3)=0$ حلان متمايزان هما:	$x=1$ أو $x=\frac{3}{4}$	$x=\frac{4}{3}$ أو $x=1$	$x=-1$ أو $x=\frac{3}{4}$
4. حلول المتراجحة $3\ln(x)-1\leq 2$ هي:	$x\in]e\,;+\infty]$	$x\in]0\,;e]$	$x\in]-\infty\,;\,e]$

التمرين الثاني: (04ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{1}{e}u_n+e-1$

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

• نضع فيما يلي: $\alpha=0$

1. أحسب كلا من u_1 و u_2.
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \prec e$
3. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.
4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=u_n-e$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب. أكتب عبارة كل من v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5. احسب بدلالة n ما يلي:
$$\begin{cases} S_n=v_1+v_2+\ldots+v_n \\ K_n=u_1+u_2+\ldots+u_n \\ P_n=v_1\times v_2\times\ldots\times v_n \end{cases}$$

التمرين الثالث: (04ن)

يمثل الجدول التالي كميات منتوج الأرز المستهلك لشركة أحد الخواص بين عامي 2003 و2007.

العام	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة العام x_i	1	2	3	4	5
كمية الإنتاج (بالطن) y_i	2,6	2,8	3,2	4	4,4

1. مثل في معلم متعامد سحابة النقط $M_i\left(x_i, y_i\right)$ للسلسلة الإحصائية (x_i, y_i).

(نأخذ: $2cm$ لكل 1عام و $1cm$ لكل 0.4 طن)

2. احسب إحداثيي النقطة المتوسطة $G\left(\overline{X}, \overline{Y}\right)$ لسحابة النقط ثم علمها.
3. عين معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x.
4. في أي عام يبلغ إنتاج المؤسسة 17.8 طن؟

التمرين الرابع: (08ن)

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{xe^x-x-1}{e^x-1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1. تحقق أنه من أجل $x\in\mathbb{R}^*$: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن: $(\Delta): y=x+1$ و $(\Delta'): y=x$ مستقيمان مقاربان مائلان للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب.
5. أدرس وضعية كل من (Δ) و (Δ') بالنسبة إلى (C)
6. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,8\prec\alpha\prec 0,81$ و $-1.35\prec\beta\prec -1.34$
7. بين أن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2}{2}+\ln\left(\dfrac{e^x}{e^x-1}\right)$ هي دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}_+^*$.
8. أنشئ كلا من (Δ) و (Δ') و (C).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04ن)

يوضح الجدول أسفله تطور سعر القنطار الواحد بالدينار لمنتوج زراعي في دولة عربية بين عامي 2003 و2008.

العام	2003	2004	2005	2006	2007	2008
رتبة السنة x_i	0	1	2	3	4	5
سعر القنطار y_i	52,1	58,5	66,4	74,7	84,6	96

1. مثل في معلم متعامد سحابة النقط $M_i\left(x_i, y_i\right)$ للسلسلة الإحصائية (x_i, y_i).
(نأخذ: $2cm$ لكل عام واحد على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 دينار على محور التراتيب)
2. جد إحداثيي النقطة المتوسطة $G\left(\overline{X}, \overline{Y}\right)$ ثم علمها.
3. بين أن معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي:
$y = 8.7x + 50.3$ ثم مثل (Δ) (تدور النتائج إلى 0.1)
4. ما هو سعر القنطار الواحد لهذا المنتوج عام 2009؟

التمرين الثاني: (04ن)

في 01 جانفي 2001 أودع زكرياء رصيد 10000DA ببنك يقدم فوائد مركبة نسبتها 5% سنويا إلا أن مصاريف تنقله إلى الجامعة تفرض عليه سحب مبلغ 1500DA في نهاية كل سنة (بعد حساب الفوائد).
نرمز بـ u_n إلى رصيد زكرياء في 01 جانفي من السنة 2001+n.

1. احسب u_0 و u_1.
2. كم كان رصيد زكرياء في 01 جانفي 2003؟
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 1.05u_n - 1500$
4. بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية ولا هندسية.
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 30000$
   أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
   ب. أكتب عبارة كل من v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty}(u_n)$
6. ابتداء من أي سنة يصبح زكرياء دائنا؟

التمرين الثالث: (05ن)

- نعتبر كثير الحدود P المعرف على $\mathbb{R}$ كما يلي: $P(x)=2x^3-x^2-2x+1$

1. تحقق أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $P(x)=(x-1)(2x^2+x-1)$
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x)=0$
3. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول كل من:

$$\begin{cases} 2(\ln x)^3-(\ln x)^2-2\ln(x)+1=0 \\ 2-e^{-x}-2e^{-2x}+e^{-3x}=0 \\ 2e^{3x}-e^{2x}-2e^{x}+1\leq 0 \\ \log(10)+\log(x)+\log(x+1)=1+\log(-x^2+1) \end{cases}$$

التمرين الرابع: (07ن)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-\ln(x+1)^2$

1. أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
2. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2+\ln(x+1)^2}{x+1}$

(C) تمثيلها البيانى ى المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f(x)=2\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}\right)$
2. إذا علمت أن: $\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{\ln(y)}{y}=0$ وبوضع: $y=x+1$
   أ. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجال تعريفها.
   ب. فسر النتيجة هندسيا.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث: $-0,64\prec\beta\prec-0.63$
5. أنشئ (C).
6. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$

انتهى الموضوع الثاني