الموسم الدراسي :42-1443 هـ/ 22 -2023 م

إختبارالفصل الثاني في مادة الرياضيات
للسنة الثالثة ثانوي شعبة تسيير و إقتصاد

رابط الحل

المدة :03 ساعات ونصف — أستاذ المادة: مزروح يوسف — التاريخ : 2023/03/06

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول:04 نقاط لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x$.

1 الدالة الأصلية لـf والتي تنعدم عند 1هي:

(ا) $\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}$.

2 القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[-1;2]$ هي:

(ا) 1 (ب) 2 (ج) 3 .

3 المتتالية (u_n) الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=-2n-1$

قيمة المجموع $u_{1961}+u_{1962}+\ldots+u_{2023}$ هو:

(ا) -251054 (ب) -251055 (ج) -251056

4 المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\frac{3}{2^{1-n}}$ هي متتالية:

(ا) حسابية (ب) هندسية (ج) لاحسابية ولاهندسية .

التمرين الثاني:07 نقاط

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ واساسها r حيث $\begin{cases} u_4+u_5+u_6=33 \\ u_1+u_2=8 \end{cases}$

1 (ا) بين أن $u_5=11$ و $r=2$ ثم إستنتج قيمة u_0.

(ب) أكتب u_n بدلالة n .

(ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + .. + u_{n+1}$

2 (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2 \times 3^{2n}$

(ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{w_{n+1}}{w_n} = 9$ ثم إستنتج طبيعة المتتالية (w_n).

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_{n-1}$.

3 (t_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = \frac{w_n}{9^n}$

(ا) بين أن (t_n) متتالية ثابتة .

(ب) أحسب بدلالة n المجموع $S"_n$ حيث : $S"_n = t_1 + t_2 + \ldots. + t_{2023}$

التمرين الثالث: 09 نقاط

I- g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x + 1 + \ln x$.

1 بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال$]0;+\infty[$.

2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.22 < \alpha < 0.24$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 + x\ln x + 1$ و (C_f) تمثيلها البياني .
نأخذ الوحدة البيانية :$2cm$.

3 أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$.

4 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x) = g(x)$.

5 إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6 بين أن: $f(\alpha) = -\alpha^2 - \alpha + 1$. ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

7 انشئ(C_f) .

8 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$

9 بين أن الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2\ln x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + x$ اصلية لـf على المجال $]0;+\infty[$.

10 أحسب ب cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بـ(C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$.

بالتوفيق ..أستاذ المادة

التصحيح المفصل للإختبار الثاني في مادة الرياضيات للسنة 3 شعبة تسييرواقتصاد.

من إعداد الأستاذ :مزروح يوسف

1 ☆☆☆☆

لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$.

1 الدالة الأصلية لـf والتي تنعدم عند 1 هي:

الجواب (ا) $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}$. $\boxed{1 \text{ ن}}$

2 القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[-1;2]$ هي:

الجواب (ا) 1. $\boxed{1 \text{ ن}}$

3 (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = -2n - 1$

قيمة المجموع $u_{1961} + u_{1962} + \dots + u_{2023}$ هو:

الجواب (ب) -251055 $\boxed{1 \text{ ن}}$

4 المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \frac{3}{2^{1-n}}$ هي متتالية:

الجواب (ب) هندسية $\boxed{1 \text{ ن}}$

2 ☆☆☆☆

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ واساسها r حيث $\begin{cases} u_4 + u_5 + u_6 = 33 \\ u_1 + u_2 = 8 \end{cases}$

1 (ا) بين أن $u_5 = 11$ و $r = 2$ ثم إستنتج قيمة u_0.

الجواب حسب خاصية الوسط الحسابي لدينا: $u_4 + u_6 = 2u_5$ ومنه $3u_5 = 33$ ينتج أن $u_5 = 11$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

من جهة اخرى لدينا $u_1 = u_5 - 4r$ و $u_2 = u_5 - 3r$ بالتعويض في المعادلة الثانية نجد $(u_5 - 4r) + (u_5 - 3r) = 8$

اي $22 - 7r = 8$ ينتج ان $r = 2$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

$u_0 = u_5 - 5r = 11 - 5(2) = 1$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

(ب) أكتب u_n بدلالة n .

الجواب $u_n = u_0 + r(n - 0)$ اي $u_n = 2n + 1$. $\boxed{1 \text{ ن}}$

(ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + .. + u_{n+1}$

الجواب

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{(u_0 + u_{n+1})(n + 1 - 0 + 1)}{2} \\ &= \frac{(1 + 2(n+1) + 1)(n+2)}{2} \\ &= \frac{(2n+4)(n+2)}{2} \\ &= (n+2)(n+2) \\ &= (n+2)^2. \end{aligned}$$ $\boxed{1 \text{ ن}}$

2 (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2 \times 3^{2n}$

(ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{w_{n+1}}{w_n} = 9$ ثم إستنتج طبيعة المتتالية (w_n).

الجواب

$$\begin{aligned}\frac{w_{n+1}}{w_n} &= \frac{2\times 3^{2(n+1)}}{3\times 3^{2n}}\\ &= 3^{2n+2-2n}\\ &= 3^2\\ &= 9. \boxed{\text{ن } 0.5}\end{aligned}$$

ومنه (w_n) متتالية هندسية واساسها 9. $\boxed{\text{ن } 0.5}$

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = w_0 + w_1 + ... + w_{n-1}$.

الجواب

$$\begin{aligned}S'_n &= w_0 + w_1 + ... + w_{n-1}\\ &= \frac{w_0}{1-q}(1-q^{n-1-0+1})\\ &= \frac{2}{1-9}(1-9^n)\\ &= \frac{2}{8}(9^n-1)\\ &= \frac{1}{4}(9^n-1). \boxed{\text{ن } 1}\end{aligned}$$

3 (t_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = \frac{w_n}{9^n}$

(ا) بين أن (t_n) متتالية ثابتة .

الجواب لدينا: $t_n = \frac{w_n}{9^n} = \frac{2\times 9^n}{9^n} = 2$ ومنه t_n متتالية ثابتة. $\boxed{\text{ن } 1}$

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S''_n حيث : $S''_n = t_1 + t_2 + ... + t_{2023}$

الجواب

$$\begin{aligned}S''_n &= t_1 + t_2 + ... + t_{2023}\\ &= 2+2+....+2_{2023 fois}\\ &= 2(2023)\\ &= 4046. \boxed{\text{ن } 0.5}\end{aligned}$$

3 ☆☆☆☆

I- g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x+1+\ln x$.

1 بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال$]0;+\infty[$.

الجواب

$g'(x) = 2 + \frac{1}{x} > 0$ $\boxed{\text{ن } 0.5}$

ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ $\boxed{\text{ن } 0.5}$

2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.22 < \alpha < 0.24$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

الجواب

مبرهنة القيم المتوسطة. $\boxed{\text{ن } 1}$

إشارة $g(x)$ $\boxed{\text{ن } 0.5}$

$f'(x) = 0 \iff x = \{-3;1\}$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

$\boxed{\text{ن } 0.5}$

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+x\ln x+1$ و (C_f) تمثيلها البياني. نأخذ الوحدة البيانية: $2cm$.

3 أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$.

الجواب

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0.5 ن و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=1$ 0.5 ن

4 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x)=g(x)$.

الجواب

$f'(x)=2x+\ln x+1=g(x)$ 1ن

5 إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

الجواب

الدالة f متناقصة تماما على $]0;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$. 0.5 ن

جدول التغيرات 0.5 ن

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

6 بين أن: $f(\alpha)=-\alpha^2-\alpha+1$. ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

الجواب

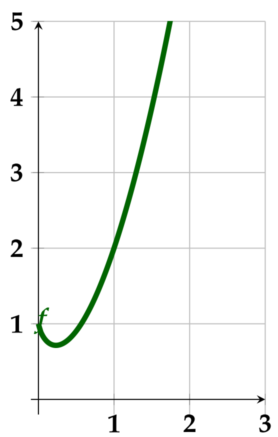
$g(\alpha)=0 \iff \ln\alpha=-2\alpha-1$

$f(\alpha)=\alpha^2+\alpha(-2\alpha-1)+1$

ومنه $f(\alpha)=-\alpha^2-\alpha+1$ 0.5 ن

الحصر : $0,70<f(\alpha)<0,73$ 0.5 ن

7 انشئ (C_f). 1 ن



8 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m$

الجواب

$m\in]-\infty;f(\alpha)[$ لايوجد حلول

$m=f(\alpha)$ حل وحيد.

$m\in]f(\alpha);1[$ حلان

$m\in[1;+\infty[$ حل وحيد. 0.5 ن

9 بين أن الدالة F المعرفة بـ: $F(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^2+x$ اصلية لـ f على المجال $]0;+\infty[$.

الجواب الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال الموجب تماما :

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{1}{2}(2x\ln x+x^2\times\frac{1}{x})+x^2-\frac{1}{2}x+1 \\ &= x\ln x+\frac{1}{2}x+x^2-\frac{1}{2}x+1 \\ &= x\ln x+x^2+1 \\ &= f(x). \boxed{0.25 \text{ ن}} \end{aligned}$$

10 أحسب ب cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بـ(C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين $x=1$ و $x=e$.

الجواب

بما أن $f(x)>0$ فإن $S=\int_1^e(f(x))dx$

مايكافئ $S=[F(x)]_1^e$

اي $S=F(e)-F(1)$

في الاخير $S=[\frac{1}{3}(e^3+3e-4)+\frac{1}{4}(e^2+1)]\times 4cm^2$

ينتج $S=(\frac{1}{12}(4e^3+3e^2+12e-13))\times 4cm^2$

وبعد التيسيط $S=(\frac{1}{3}(4e^3+3e^2+12e-13))cm^2$ $\boxed{0.25 \text{ ن}}$

إنتهى