



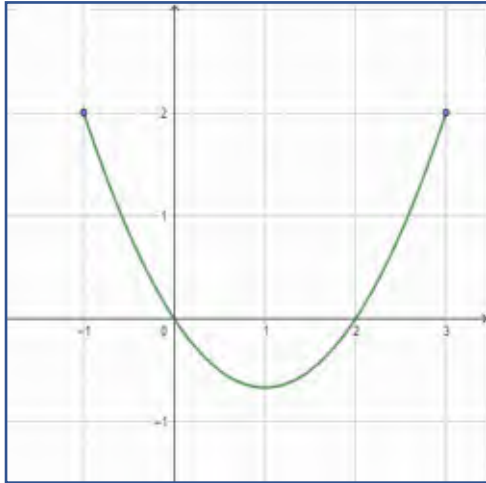
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$

- 1- أحسب الحدود u_1 , u_2 و u_3
- 2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n < 4$
- 3- عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) , ثم بين أنها متقاربة.
- 4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4$
 - أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 - ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
 - ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 - د- أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$



التمرين الثاني: (04 نقاط)

- الدالة العددية f المعرفة على $[-1; 3[$ بتمثيلها البياني (C)
- أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:
- 1) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; 1]$: $f'(x) > 0$
 - 2) الدالة الأصلية F للدالة f متزايدة على المجال $[1; 3]$
 - 3) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين
 - 4) $f'(1) = 0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير.

1) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$

الدالة الأصلية لـ f على \mathbb{R} التي تنعدم من أجل $x = 1$ هي الدالة F حيث:

(أ) $F(x) = x^3 - x^2$ (ب) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2$ (ج) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + \frac{8}{9}$

- (2) مشتقة الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x - x^2 \ln x$ هي :
 أ) $g'(x) = 1 - 2x \ln x - x$ (ب) $g'(x) = 1 - 2x \ln x$ (ج) $g'(x) = 1 - 2x \ln x + x$
 (3) حل المعادلة $\ln(x+1) = 2$ في \mathbb{R} هو :
 أ) $e^2 + 1$ (ب) $e^2 - 1$ (ج) $1 - e^{-2}$
 (4) العدد $\ln(4^n) - \ln(2^{n-1})$ يساوي :
 أ) $(n+1)\ln 2$ (ب) $(2n+1)\ln 2$ (ج) $(n-1)\ln 2$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$ ، (C_f) المنحني الممثل

للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجةين هندسيا.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- أ) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 2$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي

$$y = 2$$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

5- أنشئ (C_f) و (Δ) .

6- لتكن الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بين أن H هي دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$

ب) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 2$ ،

$$x = e \quad \text{و} \quad x = \frac{1}{e}$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي) , ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$

(1) نفرض أن: $\alpha = -4$

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -4$

(2) نفرض أن: $\alpha \neq -4$

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 4$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

(ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(ت) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

-أحسب S_n بدلالة n و α ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$, (C_f) تمثيلها البياني وجدول تغيراتها معطى بالشكل

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f)

(2) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا .

(3) النقطة $A(-3;1)$ تنتمي الى المنحنى (C_f) .

(4) الدالة F الدالة الأصلية للدالة f دالة متزايدة تماما على مجموعة تعريفها .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير

1- القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$ والمعرفة كمايلي: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ هي:

(أ) $\frac{1}{9}$ (ب) $\frac{-8}{9}$ (ج) $\frac{8}{9}$

2- الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x) = e^{2x+3}$ على \mathbb{R} والتي تتعدم من أجل القيمة 1- هي الدالة H المعرفة على \mathbb{R} بـ:

(أ) $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x+3} - \frac{e}{2}$ (ب) $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x+3} + \frac{e}{2}$ (ج) $H(x) = -\frac{1}{2}e^{2x+3} - \frac{e}{2}$

3- حل المعادلة $e^{x+2}e^{2x-3} = 5$ يساوي:

(أ) $\frac{1-\ln 5}{3}$ (ب) $\frac{1+\ln 5}{3}$ (ج) $\frac{-1-\ln 5}{3}$

4- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2+\ln x}$ هي: (أ) $+\infty$ (ب) $-\infty$ (ج) 0

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = x^3 + 6x - 4$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.6; 0.7[$

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2}$ ، المنحني الممثل للدالة f في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} فإن: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 2)^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ- أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$.

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(6) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $x_0 \in]-1.3; -1.2[$

(7) أنشئ المنحني (C_f) ، (T) و (Δ) .

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة: $h(x) = f(|x|)$

أ- بين أن الدالة h زوجية

ب- اشرح كيفية انشاء منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.