

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول 5 نقاط :

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \text{ و } u_0 = 6 \text{ والعلاقة التراجعية: } (u_n)$$

$$1) \text{ أ - أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3.$$

$$\text{ب- بين أن من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

ج - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

$$2) (v_n) \text{ متتالية عددية معرفة بعدها الأول } v_0 \text{ والعلاقة: } v_n = u_n - 3$$

أ. اكتب الحد العام v_n بدلالة n

ب. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها.

$$3) \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ نضع: } S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{2021}, S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{2021}$$

احسب المجموع S ثم استنتج قيمة S' .

التمرين الثاني 4 نقاط :

$$\text{الدالة } g \text{ معرفة على المجال }]2; +\infty[\text{ و } (c) \text{ تمثيلها البياني حيث: } g(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$$

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

$$\text{أ. من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من }]2; +\infty[: g(x) = x + \frac{1}{x-2}$$

$$\text{ب. المستقيم } (\Delta) \text{ ذا المعادلة } y = \frac{3}{4}x - 1 \text{ مماس لـ } (c) \text{ عن النقطة ذات الفاصلة } 0.$$

$$\text{ج. الدالة } g \text{ متزايدة تماما على المجال }]2; +\infty[$$

$$\text{د. القيمة المتوسطة للدالة } g \text{ على المجال } [3; 4] \text{ هي } 8 + \ln 2$$

التمرين الثالث 4 نقاط:

لكل سؤال ثلاث إجابات مقترحة اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

$$1) (u_n) \text{ متتالية حسابية معرفة بـ } u_4 = 49 \text{ و } u_6 = 71 \text{، أساس المتتالية هو:}$$

$$r = 7 \text{ (أ) } \quad r = 11 \text{ (ب) } \quad r = 5 \text{ (ج)}$$

$$2) \text{ حلول المعادلة } e^{2x} - 3e^x = 0 \text{ في } R \text{ هي: (أ) } \{2; \ln e\} \text{ (ب) } \{\ln 3\} \text{ (ج) } \{1; \ln 3\}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 2x) \text{ تساوي: (أ) } 0 \text{ (ب) } +\infty \text{ (ج) } -\infty$$

(4) الدالة الأصلية للدالة $f(x) = (1 + 3x)e^{3x} + 2x$ هي:

(أ) $F(x) = 2xe^{3x} + x^2 + 1$ (ب) $F(x) = xe^{3x} + x^2 + 1$ (ج) $F(x) = xe^x + x^2$

التمرين الرابع 7 نقاط:

(I) لتكن g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = ax - 2 + 6x \ln x$ و (C) تمثيلها البياني في معلم $\|\vec{i}\| = 2cm$ ، $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) أ. عين بيانيا قيمة $g(1)$ واستنتج أن $a = 3$

ب. حل بيانيا المتراجحة $g(x) - 1 \geq 0$

(2) أحسب نهاية الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(4) أكتب معادلة المماس (T) لـ (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1.

(II) لتكن f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بالشكل: $f(x) = 3x^2 \ln x - 3x$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

(1) أ. بين أن: $f'(x) = g(x) - 1$

ب. عين دالة أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

ج احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) ومحور الفواصل و

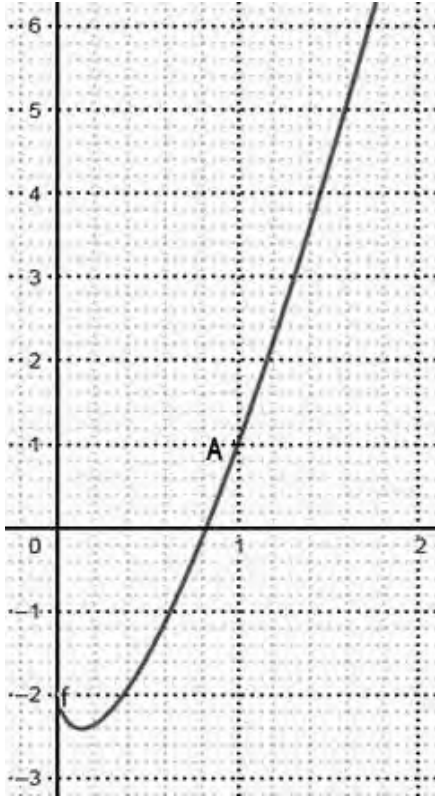
المستقيمين: $x = 1$ و $x = 2$ بـ cm^2 .

(2) أ. أحسب نهاية الدالة f عند 0 ثم فسر هندسا هذه النتيجة.

ب. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أ. عين إشارة $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f .

ب. ارسم (C_f)



انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقاط):

(1) u_n متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 6$ والعلاقة التراجعية: $2u_{n+1} = u_n + 4$.
أ - احسب u_1 و u_2 .

ب - أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 4$

ج - عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، استنتج أنها متقاربة؟

(2) v_n متتالية عددية معرفة بعدها الأول v_0 والعلاقة: $v_n = u_n - 4$.
أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول.

ب. اكتب الحد العام v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n .

(3) احسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني (4 نقاط)

لكل سؤال ثلاث إجابات مقترحة اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

(1) u_n متتالية عددية معرفة بعدها الأول u_0 والعلاقة $u_n = \frac{2n}{n+1}$:

(أ) (u_n) متزايدة تماما (ب) (u_n) متناقصة تماما (ج) (u_n) غير رتيبة

(2) v_n متتالية حسابية معرفة بعدها الأول $v_0 = 3$ وأساسها $r = 7$ المجموع $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{288}$ يساوي:
أ) $s = 144 \times 101$ (ب) $s = 144.5 \times 2022$ (ج) $s = 293190$

(3) w_n متتالية هندسية معرفة بعدها الأول $w_0 = 1$ و $w_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2n}$ أساسها q يساوي:

أ) $q = \frac{1}{9}$ (ب) $q = \frac{1}{3}$ (ج) $q = 3$

(4) حلول المعادلة $(\ln x)^2 + \ln x^2 = 0$ في R هي: (أ) $\{-1; -e\}$ (ب) $\{1; e^2\}$ (ج) $\left\{1; \frac{1}{e^2}\right\}$

التمرين الثالث (5 نقاط)

g دالة معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = ax + b + \frac{1}{2x}$ ، a و b عددين حقيقيين.

x	$-\infty$	-0.5	0	0.5	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$			-1		3	

(1) أ. احسب مشتقة g الدالة بدلالة العددين a و b .

ب. اعتمادا على جدول التغيرات، عين العددين الحقيقيين a و b .

ج. أكمل جدول التغيرات

(2) نفرض أن : $a = 2$ و $b = 1$

أ. بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C_g) عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب. بين أن النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر لـ (C_g) .

(3) ارسم كلا من (D) و (C_g)

التمرين الرابع (6 نقاط)

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ ، $\|\vec{j}\| = 2cm$ معرفة على المجال $]-\infty; +\infty[$

بالشكل: $f(x) = 3 + 2x - e^{2x}$

(1) أ. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x} = +\infty$.

ب. بين أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ج. ادرس الوضع النسبي لـ Δ و (C_f) .

(2) أ. ادرس تغيرات الدالة f ، وشكل جدول التغيرات.

ب. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β في المجال $]0.5; 1[$

ج. ارسم كلا من Δ و (C_f) (علما أن: (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الفاصلتين β و β'

حيث: $\beta \approx -1$ و $\beta' \approx 0.7$)

(3) أ. بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; +\infty[$ حيث: $F(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + 3x + 2022$

ب. احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين: $x = 0$ و $x = -1$ بـ cm^2 .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا