المستوى الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد
امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات دورة ماي 2023 **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 ن)

الأسئلة من 1 إلى 5 تتعلق بجدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{5\}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		1		5		11		$+\infty$
$f(x)$	3	↘	-1	↗	$+\infty$	$-\infty$	↗	-7	↘ $-\infty$

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة من الحالات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to 5^{>}} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to 5^{<}} f(x)=+\infty$

2) المستقيم ذو المعادلة $y=3$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)

3) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}-\{5\}$

4) $f(10)<f(11)$

5) العدد $\int_{-3}^{-1} f(x)dx$ يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=1$ و $x=3$

التمرين الثاني: (4 ن)

لتفسير ارتفاع درجة حرارة الغلاف الجوي، تم قياس متوسط درجة الحرارة السنوية لكوكب الأرض بين السنتين 1974 و1980. سجلت النتائج في الجدول أدناه:

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

السنة	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
درجة الحرارة المئوية y_i	10	15	15.5	20	20.4	24	30

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد (نأخذ 1 cm لكل سنة على محور الفواصل و 1 cm لكل 5 درجة على محور التراتيب)

2) عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة ثم علمها

3) بين أن معادلة (D) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسة هي: $y = 2.96x + 7.43$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

4) باستعمال التعديل الخطي السابق، بداية من أي سنة ستتجاوز درجة الحرارة 35 درجة مئوية؟

التمرين الثالث: (5 ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ: $U_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{4}{9}$

1) أ) أحسب كلا من U_1 ، U_2 و U_3 ثم بين أن (U_n) ليست حسابية و ليست هندسية

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > \frac{2}{3}$

ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) و استنتج أنها متقاربة

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي: $V_n = U_n - \frac{2}{3}$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، يطلب تعيين حدها الأول

ب) عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج أن عبارة U_n بدلالة n هي $U_n = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2\right]$

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3) أحسب المجموعين S_1 و S_2 بدلالة n حيث:

$$S_1 = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$$

$$S_2 = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$$

التمرين الرابع: (7 ن)

I. g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + lnx$

1) أحسب نهاية الدالة g عند أطراف مجال تعريفها

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.65 < \alpha < 0.66$

4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II. f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{1+lnx}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا

ب) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (يعطى $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{lnx}{x} = 0$)

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1 - x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ)

5) احسب بالتدوير إلى الوحدة $f(0.3)$ و $f(1.8)$ ثم أنشئ (C_f) مع العلم أن $f(\alpha) = 1.2$

6) نعتبر الدالة F معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + lnx - \frac{1}{2}(lnx)^2$

أ) بين أن F أصلية للدالة f على المجال $]0 ; +\infty[$

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$، $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 ن)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1) حلول المعادلة $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $\{ln3; 0\}$ ب) $\{ln3; 1\}$ ج) $\emptyset$

2) الدالة المشتقة للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x}$ هي f' حيث:

أ) $f'(x) = xe^x$ ب) $f'(x) = (1 + 2x)e^{2x}$ ج) $f'(x) = (1 + 2x)e^x$

3) الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{lnx}{x}$ تمثيلها البياني (C) في مستو منسوب إلى معلم يقبل مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته هي

أ) $y = x + 1$ ب) $y = x - 1$ ج) $y = 1 - x$

4) القيمة المتوسطة للدالة g المعرفة بـ $g(x) = x^2 + 1$ على المجال $[-1; 1]$ تساوي:

أ) $\frac{4}{3}$ ب) 0 ج) $\frac{1}{6}$

التمرين الثاني: (4 ن)

لنكن الدالة f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{2x} + 3x - 2$

1) أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f

3) شكل جدول تغيراتها

3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.18 < \alpha < 0.19$

4) استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

التمرين الثالث: (4 ن)

اجتاح وباء قاتل الصومال سنة 1970، في بداية شهر جانفي بلغ عدد المصابين 500 مصاب ولاحظ الأطباء أنه في بداية كل شهر يزداد عدد المصابين بأربعة أضعاف عن الشهر السابق، في حين بلغت عدد حالات الشفاء 1410 شخص. نرمز بـ U_n إلى عدد المصابين بالفيروس في بداية كل شهر

1) أحسب كلا من U_0، U_1 و U_2 ثم بين أن (U_n) ليست حسابية و ليست هندسية

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 4\,U_n - 1410$

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $V_n = 470 - U_n$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

4) كم يكون عدد المصابين في بداية شهر ماي؟

التمرين الرابع: (8 ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2+x+7}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا

3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{2x^2+4x-6}{(x+1)^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2

5)

أ) عين الأعداد الحقيقة a ; b و c حيث أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

ب) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

7) ارسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f)

8) لتكن الدالة F معرفة بـ $F(x) = x^2 - x + 8\ln(x+1)$ ، بين أن F أصلية للدالة f

9) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$، $x = 1$ و $x = 0$

انتهى الموضوع الثاني

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

التصحيح النموذجي:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 ن)

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة من الحالات التالية:

1) خطأ: $\lim\limits_{\substack{x\to 5\\ >}} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 5\\ <}} f(x) = -\infty$

2) خطأ: المستقيم ذو المعادلة $y = 3$ مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) لأن $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 3$

3) خطأ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حليين على $\mathbb{R} - \{5\}$ لان على المجال $]-\infty; 1]$:

$0 \in]-1; 3[$ و $0 \in]-1; +\infty[$ على المجال $[1; +\infty[$:

4) $f(10) < f(11)$

5) العدد $\int_{-3}^{-1} f(x)dx$ يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$، $x = -1$ و $x = -3$

التمرين الثاني: (4 ن)

1) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد (نأخذ 1 cm لكل سنة على محور الفواصل و 1 cm لكل 5 درجة على محور التراتيب)

2) G(4 ;19.27)

3) معادلة (D) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسة هي: $y = 2.96x + 7.43$

4) باستعمال التعديل الخطي السابق، $2.96x + 7.43 > 35$ معناه x>9.43 و منه x=10 اذا 1974+10=1984

بداية من سنة 1983 ستتجاوز درجة الحرارة 35 درجة مئوية

التمرين الثالث: (5 ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ: $U_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{4}{9}$

1) أ) $U_1 = \frac{7}{9}$ ، $U_2 = \frac{19}{27}$ و $U_3 = \frac{55}{81}$

(U_n) ليست حسابية لأن : $U_2 - U_1 \neq U_3 - U_2$ و ليست هندسية لان: $\frac{U_2}{U_1} \neq \frac{U_3}{U_2}$

ب) من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > \frac{2}{3}$

ج) المتتالية (U_n) متناقصة تماما على N

المتتالية (U_n) متناقصة تماما على N و محدودة من الأسفل بالعدد $\frac{2}{3}$ فهي متقاربة

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي: $V_n = U_n - \frac{2}{3}$

أ) المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $V_0 = \frac{1}{3}$

ب) $V_n = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n$; $U_n = V_n + \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2\right]$

ج) $\lim U_n = \frac{2}{3}$

3) $S_1 = V_0 + V_1 + \cdots + V_n = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

$S_2 = U_0 + U_1 + \cdots + U_n = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) + \frac{2}{3}(n+1)$

<u>التمرين الرابع: (7 ن)</u>

I. g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + lnx$

1) $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

2) الدالة g *متزايدة تماما على* $]0;+\infty[$ و جدول تغيراتها :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

3) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.65 < \alpha < 0.66$

4) إشارة $g(x)$ حسب قيم x

x	0		α		$+\infty$
g(x)	‖	$-$	0	$+$	

1) أ) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ المستقيم ذو المعادلة x=0 مقارب عمودي لـ (C_f)

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

2) من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

3) جدول تغيرات الدالة f

x	0		α		$+\infty$
f'(x)	‖	$+$	0	$-$	
f(x)	‖ $-\infty$	↗	(α)	↘	$-\infty$

4) أ) المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1 - x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) لان $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - 1 + x] = 0$

ب) الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ):

$x \in]-\infty; e^{-1}[$: المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ)

$x = e^{-1}$: المنحنى (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e^{-1}; 1 - e^{-1})$

$x \in]e^{-1}; +\infty[$: المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)

5) $f(0.3) = 0$ و $f(1.8) = 0$

6) نعتبر الدالة F معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + lnx - \frac{1}{2}(lnx)^2$

أ) F أصلية للدالة f على المجال $]0 ; +\infty[$ لان F'(x)=f(x)

ب) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$، $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$ هو:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx = F(1) - F\left(\frac{1}{2}\right) = 0.577\ cm^2$$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 ن)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1) حلول المعادلة $e^{2x} - 4e^{x} + 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي: $\{ln3; 0\}$

2) الدالة المشتقة للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x}$ هي f' حيث: ب) $f'(x) = (1 + 2x)e^{2x}$

3) الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{lnx}{x}$ تمثيلها البياني (C) في مستو منسوب إلى معلم يقبل مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته هي $y = x - 1$

4) القيمة المتوسطة للدالة g المعرفة بـ $g(x) = x^2 + 1$ على المجال $[-1; 1]$ تساوي: أ) $\frac{4}{3}$

التمرين الثاني: (4 ن)

لنكن الدالة f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{2x} + 3x - 2$

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

2) $f'(x) = 2e^{2x} + 3$ ، الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

3)

x	$-\infty$		$+\infty$
f'(x)		+	
f(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$

3) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.18 < \alpha < 0.19$

4)

x	$-\infty$		α		$+\infty$
f(x)		−	0	+	

التمرين الثالث: (4 ن)

1) $U_0 = 500$، $U_1 = 590$ و $U_2 = 950$

(U_n) ليست حسابية و ليست هندسية

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 4\,U_n - 1410$

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $V_n = 470 - U_n$

أ) المتتالية (V_n) هندسية أساسها 4 و حدها الأول $V_0 = -30$

ب) $V_n = -30(4)^n$; $U_n = 470 + 30(4)^n$

4) عدد المصابين في بداية شهر ماي $U_5 = 31190$

التمرين الرابع: (8 ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2+x+7}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = -\infty$. $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي

3) أ) أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{2x^2+4x-6}{(x+1)^2}$

ب) جدول تغيراتها:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-11	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2:

$$y = \frac{10}{9}x + \frac{31}{9}$$

5) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = 2x - 1 + \frac{8}{x+1}$

ب) $\lim_{|x|\to+\infty}[f(x)-2x-1]=0$ المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ج) $x\in\ ]-\infty;1[$: المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)

$x\in\ ]1;+\infty[$: المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ)

7) رسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f)

8) F أصلية للدالة f لان F'(x)=f(x)

9) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=1$ و $x=0$ هي :

5.54 cm^2

انتهى الموضوع الثاني