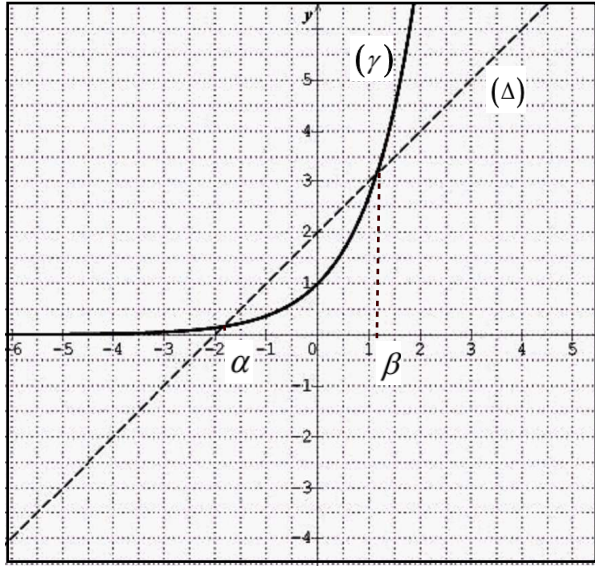


فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

المسألة : المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$



I. (γ) التمثيل البياني للدالة $x \rightarrow e^x$ والمستقيم (Δ)

ذو المعادلة $y = x + 2$, α و β هما فاصلتي

تقاطع (γ) و (Δ) كما هو موضح في الشكل

1. بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على \mathbb{R}

2. نعتبر g الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب : $g(x) = e^x - x - 2$

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

3. تحقق أن : $-1,9 < \alpha < -1,8$ و $1,1 < \beta < 1,2$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي : $f(x) = \frac{e^x(x+1)}{e^x - 1}$ حيث (C_f) تمثيلها البياني

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر هذه النتائج هندسيا

ب) بين أنه من أجل x كل من \mathbb{R}^* : $f(x) = \frac{x+1}{1-e^{-x}}$, ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ)

3. بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}$

ثم استنتج تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها على \mathbb{R}^*

4. بين أن $f(\alpha) = \alpha + 2$ ثم استنتج حصرا لكل من $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

5. عين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h) - \alpha - 2}{h}$

6. أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

7. أ) حدد بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x) = x + \ln|m|$ حلين مختلفين في الإشارة

ب) نعتبر العدد الحقيقي t حيث $\ln[f(\alpha)] < t < \ln[f(\beta)]$

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل :

بيانيا المعادلة $f(x) = e^t$:

(1) تقبل حلين موجبين تماما (2) لا تقبل حلول حقيقية (3) تقبل حل وحيد سالب تماما

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي : $h(x) = \frac{1-|x|}{1-e^{|x|}} + 2$ حيث (C_h) تمثيلها البياني

1. بين أن الدالة h زوجية

2. أكتب العبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

3. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) اعتمادا على (C_f) , ثم ارسم (C_h) في نفس المعلم و بلون مختلف

Bonus

a عدد حقيقي موجب تماما أثبت أن :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - a^x}{x} = 1 - \ln a \quad +1pt$$

بالتوفيق للجميع

أستاذ المادة

بنو عسيرة هشام