ثانوية سيدي اعبان- غرداية - السنة الدراسية 2021/2020

الفرض المحروس التجريبي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة علوم تجريبية — المدة: ساعة ونصف

التمرين :

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{2x}-2e^{x}-2$

وليكن (C_g) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$, $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين نقط تقاطع (C_g) مع محوري الاحداثيات.

4- استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

5- بين أن المنحنى (C_g) يقبل النقطة A كنقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها.

6- اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة A.

7- أنشئ المنحنى (C_g) والمماس (T).

لتكن الدالة h المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\left|e^{2x}-2e^{x}-2\right|$

وليكن (C_h) منحناها البياني المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- اكتب عبارة الدالة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2- بين أنه يمكن إنشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_g), ثم انشئ (C_h) في نفس المعلم.

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\left(e^{-x}+1\right)^2+x-1$

ليكن (C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O';\vec{i}',\vec{j}')$.

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2- احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=e^{-2x}g(x)$

-استنتج اتجاه التغير للدالة f ثم شكل جدول تغيراتها $\left(f\left(\ln\left(\sqrt{3}+1\right)\right)\approx 1,9\right)$

4- اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5- احسب القيمة التقريبية لـ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (Δ)

- نعتبر المستقيمات (D_m) المعرفة على بالمعادلة: $y=mx+3$
- بين أن المستقيمات (D_m) تشمل نقط ثابتة يطلب تعيين احداثياها.
- ناقش بيانا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+3$.

تحيات

الأستاذ: قشار صالح

انتهى بالتوفيق للجميع

KECHAR SALAH

الطريق إلى بكالوريا 2021

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

الحل النموذجي للفرض المحروس التجريبي الأول

ثانوية سيدي اعباز -غرداية-

حل التمرين

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{2x}-2e^x-2$

وليكن (C_g) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- حساب النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} e^{2x}-2e^x-2=\lim_{x\to+\infty} e^x\left(e^x-2-\frac{2}{e^x}\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty} e^{2x}-2e^x-2=-2,$$

فسر النتيجة هندسيا للمنحنى (C_g) مستقيم مقارب معادلته $y=-2$

2- دراسة اتجاه تغير الدالة g

أ- حساب المشتقة:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$g'(x)=2e^{2x}-2e^x=2e^x\left(e^x-1\right)$$

ب- دراسة إشارة المشتقة g'

لدينا $2e^x \succ 0$ ومنه اشارة g' من اشارة $\left(e^x-1\right)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e^{(x)}-1$	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$

جـ- تشكيل جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	-2 ↘	-3	↗ $+\infty$

3- تعيين نقط تقاطع (C_g) مع محوري الاحداثيات.

- تقاطع (C_g) مع محور التراتيب: $g(0)=-3$
- تقاطع (C_g) مع محور الفواصل: نحل المعادلة $g(x)=0$

$$e^{2x}-2e^x-2=0$$

نضع $e^x=X$ ومنه $X^2-2X-2+0$

- حساب المميز $\Delta=12$ ومنه

$X_1=\frac{2+2\sqrt{3}}{2}=1+\sqrt{3}$ و $X_2=1-\sqrt{3}$

ومنه $e^x=1+\sqrt{3}$ تكافئ $x=\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$

$e^x=1-\sqrt{3}$ مرفوض ومنه $s=\left\{\ln\left(1+\sqrt{3}\right)\right\}$

4- استنتاج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

$$g(x)=e^{2x}-2e^x-2=\left(e^x-\ln\left(1+\sqrt{3}\right)\right)\left(e^x-1+\sqrt{3}\right)$$

لدينا $e^x-1+\sqrt{3}\succ 0$ ومنه اشارة الدالة g من اشارة $e^x-\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$

x	$-\infty$	$\ln(\sqrt{3}+1)$	$+\infty$
$e^{(x)}-\ln(\sqrt{3}+1)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-$	0	$+$

5- تبيان أن المنحنى (C_g) يقبل النقطة A كنقطة انعطاف

حساب المشتقة الثانية $g''(x)=4e^{2x}-2e^x=2e^x\left(2e^x-1\right)$

جدول الإشارة للدالة المشتقة الثانية g''

x	$-\infty$	$-\ln 2$	$+\infty$
$2e^{(x)}-1$	$-$	0	$+$
$g''(x)$	$-$	0	$+$

بما أن الدالة المشتقة الثانية انعدمت مغيرة من اشارتها فإن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف احداثياها $A\left(-\ln 2;-\frac{11}{4}\right)$

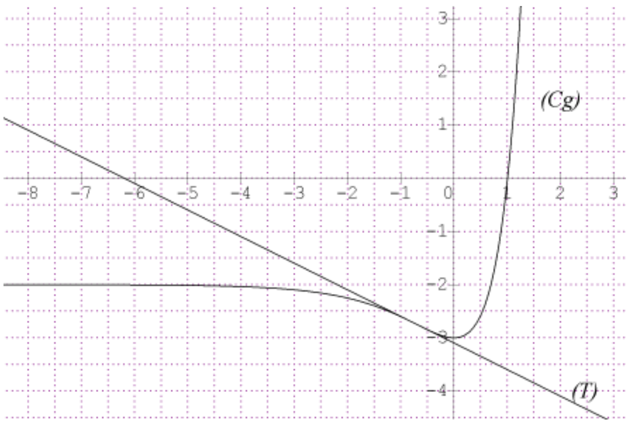
6- كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة A :

$$y=g'(-\ln 2)(x+\ln 2)+g(-\ln 2)$$

ومنه

$$=-\frac{1}{2}x-\frac{\ln 2}{2}-\frac{11}{4}$$

7- إنشاء المنحنى (C_g) والمماس (T)



لتكن الدالة h المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\left|e^{2x}-2e^x-2\right|$

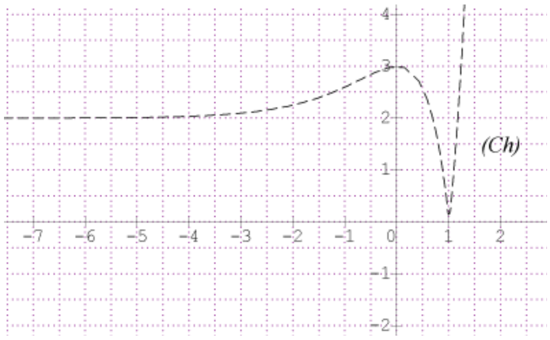
وليكن (C_h) منحناها البياني المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- كتابة عبارة الدالة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$\begin{cases} h(x)=g(x) & x\geq \ln\left(\sqrt{3}+1\right) \\ h(x)=-g(x) & x\leq \ln\left(\sqrt{3}+1\right) \end{cases}$$

2- بيان أنه يمكن إنشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_g)

نحتفظ بالجزء من (C_g) الوقع فوق محور الفواصل ثم نرسم النظير بالنسبة لمحور الفواصل للجزء من (C_g) الواق تحت محور الفواصل.



لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\left(e^{-x}+1\right)^2+x-1$

ليكن (C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O';\vec{i'},\vec{j'})$.

1- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^{-x}+1\right)^2+x-1=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{-x}+1\right)^2+x-1=+\infty$

2- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(e^{-x}+1\right)^2+x-1-x\right]=0$

فسر النتيجة هندسيا للمنحنى (C_f) مستقيم مقارب معادلته $y=x$

3- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=e^{-2x}g(x)$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x)=-2e^{-x}\left(e^{-x}+1\right)+1=e^{-2x}\left(-2-2e^{x}+e^{2x}\right)=e^{-2x}g(x)$

-استنتاج اتجاه التغير للدالة f

لدينا $e^{-2x}\succ 0$ ومنه اشارة الدالة f' من اشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		$\ln(\sqrt{3}+1)$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

الدالة f متزايدة تماما على $\left]-\infty;\ln\left(\sqrt{3}+1\right)\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\ln\left(\sqrt{3}+1\right);+\infty\right[$

- تشكيل جدول تغيرات الدالة f $\left(f\left(\ln\left(\sqrt{3}+1\right)\right)\approx 1,9\right)$

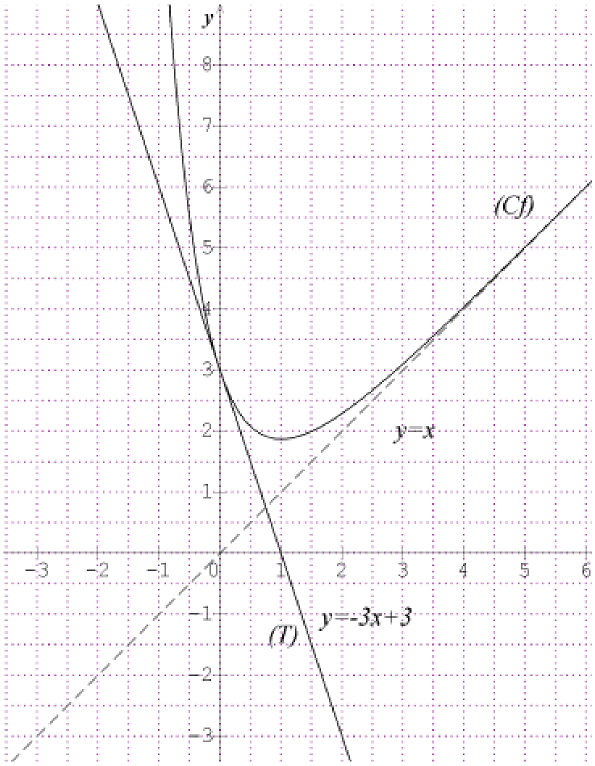
x	$-\infty$		$\ln(\sqrt{3}+1)$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\ln(\sqrt{3}+1))$	$\nearrow$	$+\infty$

4- كتابة معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

ومنه معادلة المماس (Δ) هي: $y=-3x+3$

5- إنشاء المنحنى (C_f) والمماس (Δ) ولدينا $f\left(-\frac{1}{2}\right)\approx 5,5$



نعتبر المستقيمات (D_m) المعرفة على بالمعادلة: $y=mx+3$

– تبيان أن المستقيمات (D_m) تشمل نقطة ثابتة

$y=mx+3$ يكافئ $0=mx+3-y$ ومنه $x=0$ و $3-y=0$

ومنه $x=0$ و $y=3$

ومنه المستقيمات (D_m) تشمل النقطة ثابتة $(0;3)$

-المناقشة بيانا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+3$.

ومنه حلول المعادلة $f(x)=mx+3$ هي فواصل نق تقاط المنحنى (C_f) م المستقيمات $y=mx+3$

حيث الوسيط m هو معامل توجيه المستقيمات (D_m)

$m\in[-\infty;-3[$ المعادلة تقبل حلين.

$m=-3$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

$m\in]-3;1[$ المعادلة تقبل حلين.

$m\in[1;+\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد

تحيات

نتمنى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صالح

KECHAR SALAH

الطريق إلى بكالوريا 2021