

★ المَسْأَلَة 1 (11p) : دَالَة مُعَرَّفَة عَلى \mathbb{R} كَمَايَلِي : $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.

1. أُحْسَب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 2. أُحْسَب $g'(x)$ ؛ أَدْرُس إِتْجَاه تَغْيِير g . شَكْل جَدُول تَغْيِيرَاتِهَا .
 3. بَرِهِن أَنَّ المَعَادَلَة $g(x) = 0$ تَقْبَل حَلِين ، أَحَدَهُمَا مَعْدُوم وَ الْآخَر $-1; 52 < \alpha < -1; 51$.
 4. إِسْتَنْتِج إِشَارَة : $g(x)$ ، ثم إِسْتَنْتِج إِشَارَة $-g(x)$.
 5. أُحْسَب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 6. بَرِهِن أَنَّ $f'(x) = -g(x)$ ، ثم شَكْل جَدُول تَغْيِيرَاتِهَا .
 7. عَيِّن دُونَ حِسَاب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، فَسِّر النَتِيجَة هُنْدَسِيَا .
 8. بَرِهِن أَنَّ : $y = -x$: مُقَارِب مَائِل عِنْد $+\infty$ ، ثم أَدْرُس الوَضْع النَّسْبِي .
 9. تَحَقَّق أَنَّ (C) يَتَقْبَل نُقْطَة إِنْعِطَاف ، ثم أَرسُم المُنْحَى (C) عَلى المَجَال $[-2, +\infty[$.
 10. نَاقِش بَيَانِيَا حَسَب قِيم الوَسِيط الحَقِيقِي m عَدَد وَ إِشَارَة حُلُول المَعَادَلَة : $(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$.
- * التَّمْرِين الثَّانِي (8p) : g الدَالَة المُعَرَّفَة عَلى المَجَال $]-1; +\infty[$ كَمَايَلِي : $g(x) = \frac{-2x}{x+1} + \ln(x+1)$.

1. أُحْسَب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ ، فَسِّر النَتِيجَة .
2. أَدْرُس إِتْجَاه تَغْيِير الدَالَة g ثم شَكْل جَدُول تَغْيِيرَاتِهَا .
3. بَرِهِن أَنَّ المَعَادَلَة $g(x) = 0$ تَقْبَل حَلِين أَحَدَهُمَا مَعْدُوم وَ الْآخَر $3, 9 < \alpha < 4$. إِسْتَنْتِج إِشَارَة $g(x)$.
4. أُكْتُب مُعَادَلَة التَّمَاس (T) لِلْمُنْحَى (C) عِنْد الفَاصِلَة 0 .
5. أَرسُم (C) وَ التَّمَاس (T) .
6. نَاقِش بَيَانِيَا حَسَب قِيم m وَ جُود وَ إِشَارَة حُلُول المَعَادَلَة : $g(x) = -x + |m|$.
- * f دَالَة مُعَرَّفَة عَلى \mathbb{R} كَمَايَلِي : $f(x) = e^{-x} \times \ln(1 + e^{2x})$. (γ) تَمثِيلُهَا فِي م . م . م .
7. بَرِهِن أَنَّهُ مِن أَجْلِ كُل x حَقِيقِي يَكُون $f'(x) = -e^{-x} \times g(e^{2x})$.
8. أَدْرُس إِشَارَة $g(e^{2x})$ إِعْتِمَادَا عَلى إِشَارَة $g(x)$ (ضَع $y = e^{2x}$ وَ أَكْمِلْ) .
9. بَرِهِن أَنَّ $f(\ln \sqrt{\alpha}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ ، ثم جِد حَصْرًا لـ : $\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$.

----- نِهَايَة الفَرَض -----

10. تَحَقَّق أَنَّ f لَهُ كِتَابَة أُوَلَى $f(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$ وَ لَهُ كِتَابَة ثَانِيَة $f(x) = e^x \times \frac{\ln(1+e^{2x})}{e^{2x}}$.
11. إِسْتَعْمَل الشَّكْل 1 لِحَسَاب النِهَايَة عِنْد $+\infty$ وَ الشَّكْل 2 لِحَسَاب النِهَايَة عِنْد $-\infty$ ثم شَكْل جَدُول تَغْيِيرَاتِهَا f .

 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{\sqrt{x}} = 0$: بَرِّهِنَ أَنَّ *****

★ **المسألة 2 (11p)** : لِتَكُنِ الدَّالَّةُ g المَعْرِفَةُ عَلَى \mathbb{R} بـ : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$.

1. أُحْسِب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
2. أُحْسِب $g'(x)$ ، ثمَّ شَكْلَ جَدْوَلِ التَّغْيِرَاتِ .
3. بَرِّهِنَ أَنَّ المَعَادَلَةَ $g(x) = 0$ تَقْبَلُ حَلَّ وَحِيدَ α عَلَى \mathbb{R} ، ثمَّ تَحَقِّقْ أَنَّ : $1.68 < \alpha < 1.69$. ثمَّ اسْتَنْتِجْ إِشَارَةَ $g(x)$.
- * f الدَّالَّةُ المَعْرِفَةُ عَلَى \mathbb{R} كَمَا يَلِي : $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$.
4. 1. أُحْسِب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ ثمَّ فَسِّرِ النَتَائِجَ .
5. بَرِّهِنَ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ x ؛ $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، ثمَّ شَكْلَ جَدْوَلِ التَّغْيِرَاتِ .
6. بَرِّهِنَ أَنَّ : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، ثمَّ أَوْجِدْ حَصْرًا لَهُ .
7. بَرِّهِنَ أَنَّ المُسْتَقِيمَ $(\Delta) : y = 4x - 1$ مُقَارِبٌ مَائِلٌ عِنْدَ $-\infty$. أَدْرُسِ الوَضْعَ النَّسْبِيَّ .
8. أُكْتُبْ مُعَادَلَةَ التَّمَّاسِ (T) عِنْدَ $x_0 = 2$.
9. أَنْشِءِ المُنْحَنِيَّ (C) وَ التَّمَّاسَ (T)
10. نَاقِشْ حَسَبَ قِيمِ الوَسِيطِ الحَقِيقِيِّ m عَدَدَ وَ إِشَارَةَ حُلُولِ المَعَادَلَةَ $me^x - 4x + m + 2 = 0$

★ **المسألة 2 (8.75p)** : دَالَّةٌ مُعْرِفَةٌ عَلَى المَجَالِ $]-1, +\infty[$ كَمَا يَلِي : $g(x) = 2 \ln(x + 1) - \frac{x}{x+1}$.

11. أُحْسِب $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. أُحْسِب $g'(x)$ ، ثمَّ شَكْلَ جَدْوَلِ التَّغْيِرَاتِ .
12. تَحَقِّقْ أَنَّ المَعَادَلَةَ $g(x) = 0$ تَقْبَلُ حَلَيْنِ أَحَدَهُمَا مَعْدُومٌ وَ الأُخْر $-0.7 < \alpha < -0.8$. اسْتَنْتِجْ إِشَارَةَ $g(x)$.
- الدَّالَّةُ المَعْرِفَةُ عَلَى $]-1, +\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}, x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$
13. أُحْسِب : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
14. بَرِّهِنَ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x \in]-1, +\infty[, x \neq 0$ ؛ $f'(x) = \frac{xg(x)}{(\ln(x+1))^2}$. شَكْلَ جَدْوَلِ تَغْيِرَاتِ f .
15. بَرِّهِنَ أَنَّ : $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha + 1)$. أُحْضِرُهُ .
16. أَدْرُسِ قَابِلِيَّةَ إِشْتِقَاقِ f عِنْدَ 0 ، ثمَّ أُكْتُبْ مُعَادَلَةَ التَّمَّاسِ (T) عِنْدَ الفَاصِلَةِ 0 .
17. بَرِّهِنَ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x > -1$: $x - \ln(x + 1) \geq 0$. ثمَّ اسْتَنْتِجِ الوَضْعَ النَّسْبِيَّ بَيْنَ (C) وَ (T) .
18. عَيِّنْ مُعَادَلَةَ لِلْمُسْتَقِيمِ (T') المُوَازِي لـ (T) وَ الَّذِي يَشْمَلُ النُّقْطَةَ $A(3, f(3))$.
19. ارْصُمْ عَلَى المَجَالِ $]-1, 3[$ مِنْ $(T), (T'), (C)$.