المدة : 01.30 فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات القسم : 3ت ق ر (هـ م + هـ ك)

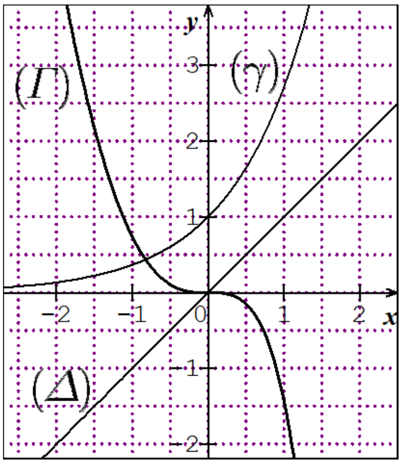
التمرين الأول :

جزء 01

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j})$.

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x(x+1-e^{x})$.

(Δ) المستقيم الذي معادلة له : $y=x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x \mapsto e^{x}$



بقـراءة بيـانيـة:

1/ برّرْ أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $e^{x}-x>0$.

ثم استنتج أن: $1-xe^{-x}>0$

2/ حدِّدْ تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

جزء 02 :

الدالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-1+\dfrac{2}{1-xe^{-x}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النهايتين هندسيا.

2/ أ- بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x)=\dfrac{2\,(1-x)}{e^{x}(1-xe^{-x})^{2}}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3/ أ- أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

ب- بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x)-(2x+1)=\dfrac{g(x)}{e^{x}-x}$

ج- استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و(T) على $\mathbb{R}$، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)؟

4/ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty\,;1]$، ثم تحقق أنّ: $-0{,}6<\alpha<-0{,}5$.

5/ أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثاني :

الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1\;;\;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f.

2/ أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته: $y=x$.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D).

3/ أ- بين (C_f) أن يقطع حامل محور الفاصل في نقطة وحيدة فاصلته x_0 بحيث: $1.3<x_0<1.4$.

ب- عين معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور التراتيب.

ج- أنشئ (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

بالتوفيق والسداد

تمرين للمنزل

(I) الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(1-x)e^{x}$

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$.

3) تحقق أن : $1,2<\alpha<1,3$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4) تحقق أن : $e^{-\alpha}=\alpha-1$.

(II) الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$بـ : $f(x)=1+\dfrac{x}{e^{x}+1}$

و $\left(C_f\right)$ المنحني الممثل لها في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$

2) أدرس تغيرات الدالة f .

3) بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=1$. ثم فسر هندسيا هذه النتيجة.

4) أدرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y=x+1$

5) بين أن : $f(\alpha)=\alpha$ و $f(-\alpha)=0$.

6) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$.

7) أنشئ $\left(C_f\right)$ ، (Δ) و (T) في المعلم $\left(O,\vec{i};\vec{j}\right)$.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+f(m)$.

الدّالة العددية h المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=1-\dfrac{xe^{x}}{e^{x}+1}$ ، $\left(C_h\right)$تمثيلها البياني في المعلم السابق

- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإنّ : $h(x)=f(-x)$.
  ثمّ استنتج كيفية إنشاء $\left(C_h\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$.

بالتوفيق والسداد