

التمرين الأول: 4 نقاط

نعتبر المعادلة التفاضلية التالية:  $(E) : y' - 2y = xe^x$

(1) عين العددين  $a$  و  $b$  إذا علمت أن الدالة  $u$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $u(x) = (ax + b)e^x$  هي حل للمعادلة  $(E)$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التفاضلية:  $(E') : y' - 2y = 0$

(3) بين أن الدالة  $v$  تكون حلا لـ  $(E')$  إذا وفقط إذا كانت الدالة  $(u + v)$  المعرفة على  $\mathbb{R}$

حلا للمعادلة التفاضلية  $(E)$

(4) استنتج حلول المعادلة  $(E)$ .

(5) عين الحل للمعادلة  $(E)$  الذي ينعدم عند 0.

التمرين الثاني: 7 نقاط

(I) نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $U_0 = e$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + \frac{1}{2}e$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_n < 2e$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$ .

(3) استنتج أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة.

(II)  $(V_n)$  المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $V_n = \frac{1}{U_n - 2e}$

(1) أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وأحسب حدها الأول  $V_0$ .

(2) أكتب عبارة الحد العام  $V_n$  بدلالة  $n$ .

(3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_n = \left(2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)e$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(4) أحسب المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = U_0V_0 + U_1V_1 + \dots + U_nV_n$

## التمرين الثالث : 9 نقاط

$f$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  الوحدة  $cm^2$

- (1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتائج هندسيا .
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الترتيبية 0.
- (4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
- (5) أرسم  $(C_f)$  و  $(T)$  .

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما  $m$  عدد حلول المعادلة :  $f(x) = f(m)$

- (7) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كمايلي :  $h(x) = \frac{1+\ln|x|}{x}$   $(C_h)$  تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق
- بين أن الدالة  $h$  فردية ، ثم أنشئ المنحنى  $(C_h)$  اعتمادا على المنحنى  $(C_f)$  .