

الخميس 25 افريل 2024
الفرض الاول للفصل الثالث

التمرين الأول :

لكل سؤال اقتراح واحد صحيح اختره مع التبرير . لا تعطى العلامة في حالة عم التبرير حتى وان كانت صحيحة

• لتكن المتتالية $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ و $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. عبارة المجموع :

أ/ $S_n = \frac{1}{\sqrt[3]{8}}(1 - 2^{-2022})$ ب/ $S_n = 2^{\frac{n^2-n}{3}}$ ج/ $S_n = \left(\frac{3}{q}\right)^n (1 - 2^n)$

• منحنى الدالة التالية : $\sqrt{2 - 2^{x^2}}$ هو عبارة عن :

أ/ نصف دائرة نصف قطرها 1 ب/ نصف دائرة نصف قطرها $\sqrt{2}$ ج/ قطع مكافئ

• اذا كانت $g(x) = e^{f(x)}$ و كانت : $g''(x) = h(x)e^{f(x)}$ فان عبارة الدالة h هي :

أ/ $h(x) = f'(x) + f''(x)$ ب/ $h(x) = (f'(x))^2 + f''(x)$ ج/ لا توجد

التمرين الثاني :

(1) لتكن الاعداد الطبيعية التالية (a, b, c) .

أ/ اثبت انه اذا كان $pGCD(a, b) = 1$ فان $pGCD(a, c) = pGCD(a, bc)$.

(2) ليكن العددين الطبيعيين الغير معدومين (n, k) بحيث $k \leq n$.

أ/ اثبت انه اذا كان $pGCD(k, n) = 1$ فان : n / c_n^k .

ب/ استنتج قواسم أولية للعد التالي C_{15}^2 و C_{31}^{15} .

(ت) جد العددين الطبيعيين (n, k) حتى تتحقق المساوات التالية : $2023C_n^k - 2024C_{n-1}^{k-1}$.

(3) باستعمال مبرهنة بيزو اثبت ان كل عددين طبيعيين متتابعين اوليان فيما بينهما .

أ/ من السؤال السابق اثبت انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فان $(n+1) / c_{2n}^n$.

التمرين الثالث :

(1) نعتبر العددين المركبان z_1 و z_2 حلي المعادلة التالية $z^2 = e^{-i\frac{\pi}{2}}$. حيث $\text{Re}(z_1) < 0$.

أ/ اكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الاسي و الجبري .

ب/ نضع ان $z_3 = 1 + z_1$, برهن انه : $z_3^3 = (2 - \sqrt{2})z_1$.

ج/ عين $\text{Arg}(z_3)$ ثم اكتبه على الشكل الاسي .

د/ استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)$.

هـ/ جد قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_3)^{7n+1}$ تخيلي صرف .

(2) ليكن النقاط ذات اللواحق $z_A = i - 1$ $z_B = 1 + 3i$ $z_C = \overline{z_B}$. و لنعتبر التحويل H الذي يرفق بكل

M نقطة من المستوي ذات اللاحقة z الى M' ذات اللاحقة z' . بحيث ان : M' هي مرشح الجملة المنقلة

التالية $\{(A, 3)(C, 1)(M, -3)\}$.

أ/ اكتب العبارة المركبة لتحويل . مع تحديد عناصره المميزة .

ب/ جد z_D لاحقة النقطة D محولة النقطة B بهذا التحويل .

ج/ استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$ مع التعليل .

(3) نعتبر مجموعة النقط (φ) لمجموعة النقط M للاحقة z و التي تحقق ان : $\arg\left(\frac{1}{3}\overline{z'} + \frac{2}{3}\right) = \arg(iz)$

← اثبت ان $A \in (\varphi)$. ثم حدد طبيعة المجموعة (φ) . بالتوفيق لكم استاذكم الياس .