

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 07 نقاط

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :

$$u_0 = \alpha \text{ و } u_{n+1} = -4 + \frac{40}{9 - u_n} \text{ حيث } \alpha \text{ عدد حقيقي}$$

و نعتبر الدالة العددية  $f$  المرفقة بالمتتالية التراجعية  $(u_n)$  و المعرفة على المجال  $[1,4]$

1. (أ) تحقق أن للدالة  $f$  عبارة من الشكل :  $f(x) = \frac{4x+4}{9-x}$

(ب) ادرس تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[1,4]$  , ثم شكل جدول تغيراتها

(ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[1,4]$  فإن :  $f(x) \in [1,4]$

2. (أ) حدد الوضع النسبي للمستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x$  و المنحنى  $(C_f)$  بيان الدالة  $f$

(ب) استنتج قيم  $\alpha$  التي من أجلها تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة

3. في كل ما يأتي نأخذ  $u_0 = 2$  :

(أ) انشئ المنحنى  $(C_f)$  بيان الدالة  $f$  و المستقيم  $(\Delta)$  , ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

\* وحدة الرسم  $2cm$

$u_4$  و  $u_3, u_2, u_1, u_0$  دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي  $n : 1 < u_n < 4$

(ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 4)}{9 - u_n}$

ثم ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و استنتج أنها متقاربة

4. نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 4}$

(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول  $v_0$

(ب) اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  , ثم استنتج عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$

5. ليكن المجموعين  $S_n$  و  $S'_n$  المعرفين كما يلي :

$$S_n = v_0 + 8v_1 + 8^2v_2 + \dots + 8^n v_n \text{ و } S'_n = \frac{3}{u_0 - 4} + \frac{3}{u_1 - 4} + \frac{3}{u_2 - 4} + \dots + \frac{3}{u_n - 4}$$

احسب أحد المجموعين  $S_n$  أو  $S'_n$  , ثم حدد نهايته

أقلب الورقة

## التمرين الثاني : 06 نقاط

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = (2-x)e^{-x}$

و ليكن  $(C)$  منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل على ما يلي :

1. من أجل كل عدد حقيقي  $x > 0$  فإن  $f(x) > 2-x$
2. المستقيم ذا المعادلة  $y = 0$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$
3. الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية عند  $x_0 = 3$
4. من أجل كل وسيط حقيقي  $m$  حيث  $m \geq e^{-3}$  فإن المعادلة :  $f(x) = m$  تقبل حلين مختلفين
5. الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (2-x)e^{-|x|}$  تقبل الاشتقاق عند  $0$
6. الدالة  $f$  هي حل للمعادلة التفاضلية :  $y' + y = 5e^{-x}$

## التمرين الثالث : 07 نقاط

I) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[ \cup \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$  كما يلي :  $f(x) = x + 2 - \ln(2x+1)^2$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجال تعريفها ثم استنتج معادلة للمستقيم العمودي المقارب لـ  $(C_f)$
2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها
3. بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  ميله  $-3$  يطلب كتابة معادلة له
4. احسب احداثي نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم ذو المعادلة  $y = x$
5. بين أن  $(C_f)$  بيان الدالة  $f$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  حيث  $-1,3 < x_0 < -1,2$
6. احسب  $f(0)$  ,  $f(-1)$  ثم انشئ المماس  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$
7. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و اشارة حلول المعادلة :  $4x + 2 - \ln(2x+1)^2 = m$

II) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[ \cup \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$  كما يلي :  $g(x) = \frac{3}{2} + \left| x + \frac{1}{2} \right| - \ln(2x+1)^2$

1. احسب المقدار  $g(-1-x) - g(x)$  , ثم فسر النتيجة هندسيا
2. أكتب عبارة  $g(x)$  دون رمز القيمة المطلقة , ثم استنتج أن  $f(x) = g(x)$  على مجال يطلب تحديده
3. اشرح كيف يمكن انشاء  $(C_g)$  بيان الدالة  $g$  انطلاقا من  $(C_f)$  بيان الدالة  $f$  , ثم انشئ  $(C_g)$  في نفس المعلم السابق بلون مختلف

عنه أستاذة المارة

**بالتوفيق للجميع**