

التمرين الأول : (6 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التعليل :

1 . مجموعة حلول المتراجحة $6 + e^{2x} < 5e^x$ في \mathbb{R} هي :

أ) $S =]\ln 2 ; \ln 3[$ (أ) ب) $S =]2; 3[$ (ب) ج) $S =]-\infty; \ln 2[\cup]\ln 3; +\infty[$ (ج)

2 . مجموعة حلول المتراجحة $\ln[\ln(\ln x)] > 0$ هي :

أ) $S =]e; +\infty[$ (أ) ب) $S =]e^e; +\infty[$ (ب) ج) $S =]e^3; +\infty[$ (ج)

3 . الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ، من أجل كل x من \mathbb{R} لدينا :

أ) $f(1-x) = f(x)$ (أ) ب) $f(-x) = f(x)$ (ب) ج) $f(-x) = -f(x)$ (ج)

4 . g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $1 + y + y' = 0$ حيث $g(\ln 2) = 0$ ، من أجل كل x من \mathbb{R} لدينا :

أ) $g(x) = -1 - 2e^{-x}$ (أ) ب) $g(x) = -1 + 2e^{-x}$ (ب) ج) $g(x) = e^x - 2$ (ج)

5 . الدالة المعرفة بـ : $h(x) = \frac{1}{\ln x} + \ln(\ln x)$ قابلة للاشتقاق على $]1; +\infty[$ حيث :

أ) $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2 \ln^2 x}$ (أ) ب) $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x \ln^2 x}$ (ب) ج) $h'(x) = \frac{-1+\ln x}{x \ln^2 x}$ (ج)

6 . الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $k(x) = x \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right) \sin x$ ، من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

أ) $k(-x) + k(x) = 0$ (أ) ب) $k(-x) - k(x) = 0$ (ب) ج) $k(-x) + k(x) = x \sin x$ (ج)

التمرين الثاني : (7 نقاط)

I. الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

- (1) أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0; +\infty[$ ثم تحقق أن : $0,75 < \alpha < 0,76$
- (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II . الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة : $f_k(x) = 1 - x + \frac{k}{x}(1 + \ln x)$ (k وسيط حقيقي)

- وليكن (C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- الجزء الأول :

- (1) بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .
- (2) أحسب نهايتي الدالة f_k عند $+\infty$ و 0 (ناقش حسب قيم k) .

الجزء الثاني :

نأخذ $k = 2$ نجد : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)
ب - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

(6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما :

$$2,50 < \beta < 2,55 \text{ و } 0,31 < \alpha' < 0,33$$

(7) أ - أرسم (C_f) ، (T) و (Δ)

ب - ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m - 1$

III . نعتبر الدالة k المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $k(x) = -|1 - x| + \frac{2}{x}(1 + |\ln x|)$

أ - أكتب الدالة k دون رمز القيمة المطلقة .

ب - أدرس قابلية اشتقاق الدالة k عند $x = 1$ ، و فسر النتائج هندسيا .

التمرين الثالث : (7 نقاط)

I . (C) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $x \rightarrow e^x - x^2$ ، (D) المستقيم ذو المعادلة $y = -3x + 1$

(أنظر الشكل المقابل) و g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$

(1) أ - بقراءة بيانية حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (D) على \mathbb{R} .

ب - استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(2) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$e^x - \ln m = x^2$$

II . f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta): y = x$

(3) أ - بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} فإن : $f'(x) = e^{-x} g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أ - بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f''(x) = [g'(x) - g(x)] e^{-x}$

ب - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

(5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(6) h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $h(x) = (1 - e^x)x - x^2 e^x$

- اشرح كيفية رسم منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه في المعلم السابق .

(7) k هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $k(x) = e^{f(x)}$

- اعتمادا على تغيرات الدالة f ، أدرس تغيرات الدالة k و شكل جدول تغيراتها (عبارة $k(x)$ غير مطلوبة) .

