الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الجزائر **ثانوية.........................**

المستوى:3. ع. ت **التاريخ:2023/03/06**

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات **(المدة:2 ساعة)**

التمرين الأول: (06ن)

أجب بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. دالة أصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{3x^3+2}{2x^2}$ هي الدالة F المعرفة بـ: $F(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{x}$
2. f دالة سالبة تماما على $[1;3]$. إذا كانت F دالة أصلية على $[1;3]$ فإن: $F(2,1)>F(2,2)$.
3. دالة أصلية للدالة $g:\mapsto\frac{1}{x(x+1)}$ على $]0;+\infty[$ هي الدالة G المعرفة بـ: $G(x)=\ln\frac{x}{x+1}$
4. مجموعة حلول المتراجحة $x\ln(0,2)-5\geq 0$ هي: المجال $\left]-\infty;\frac{5}{\ln(0,2)}\right]$.
5. إذا كانت $f(x)=x\ln x$ فإن $f'(x)=1+\frac{1}{x}$.
6. الدالة $f:x\mapsto\ln\left(x^2-1\right)$ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$.
7. المعادلة $\ln x^2=\ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$

التمرين الثاني: (06ن)

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3+u_n}{5-u_n}$.

1. أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n: $1\leq u_n\leq\frac{5}{2}$
2. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-3)(u_n-1)}{5-u_n}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)
3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.
4. بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $u_{n+1}-1\leq\frac{4}{5}(u_n-1)$
5. بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $0\prec u_n-1\leq\left(\frac{4}{5}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

II. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n-1}{3-u_n}$.

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ ثم أحسب v_0.
2. أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $u_n=\frac{1+3v_n}{1+v_n}$

أقلب الصفحة

3. أكتب u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

4. أحسب بدلالة n المجاميع: $S_n = \dfrac{2}{u_0-3}+\dfrac{2}{u_1-3}+\ldots+\dfrac{2}{u_n-3}$ و $T_n = {v_0}^2+{v_1}^2+\ldots+{v_n}^2$

5. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_0\times v_1\times\ldots\times v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$

التمرين الثالث:(08ن)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;2[$ حيث: $g(x)=1-\dfrac{x^2}{2-x}$

1. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. حل في $]-\infty;2[$ المعادلة $g(x)=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty;2[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[$ ب: $f(x)=x^2+6x-2+8\ln(2-x)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2[$ فإن: $f'(x)=2g(x)$
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty;2[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.
5. أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0;-2+8\ln 2)$
6. بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في المجال $]1.7;1.8[$.
7. أنشئ (C_f) و (T).
8. أ- برهن أن الدالة $x\mapsto (x-2)\ln(x-2)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(x-2)$

   ب- استنتج قيمة $\int_0^1 f(x)dx$

III. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-2;2[$ ب: $h(x)=x^2+6|x|-2+8\ln(2-|x|)$

أ- بين أن الدالة h زوجية، ماذا تستنتج بيانيا؟

ب- أكتب h دون رمز القيمة المطلقة، ثم اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق

انتهى الموضوع