إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

متقن حاسي القارة — السنة الدراسية:2024/2023

المستوى : الثالثة تقني رياضي — المدة : 3ساعات

التمرين الأول (03نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات الثلاثة مع التبرير :

1) حل المعادلة التفاضلية $y' = 3y + 9$ التي تحقق $y(0) = -\frac{4627}{2024}$ هو الدالة h المعرفة على R كما يلي:

(أ) $h(x) = \dfrac{1445e^{3x}}{2024} + 3$ (ب) $h(x) = \dfrac{1445e^{3x}}{2024} - 3$ (جـ) $h(x) = \dfrac{4627e^{3x}}{2024} + 3$

2) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[2;3]$ ب : $f(x) = 3^{x-1}$ هي :

(أ) $m = \dfrac{6}{\ln 3}$ (ب) $m = -3$ (جـ) $m = \ln 3$

3) N عدد طبيعي , يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^{6}$ كتابته في النظام العشري هي :

(أ) 1962 (ب) 2024 (جـ) 1439

التمرين الثاني (05نقاط)

(U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases} U_0 = e \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{e}.u_n + \frac{1-e}{e} \end{cases}$

1) أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n > -1$

ب-برهن أن (U_n) متناقصة تماما.هل هي متقاربة ؟

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n = u_n + 1$

أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية اساسها $\frac{1}{e}$ و عين حدها الأول.

ب) أكتب V_n بدلالة n. ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموعين :

$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ و $S'_n = v_0 + e.v_1 + e^2.v_2 + ... + e^n v_n$

التمرين الثالث (04نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين x و y حيث : $3x-21y=78..........(E)$

1. بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.
2. أ-أثبت أنه اذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا لمعادلة (E) فان : $x\equiv 5[7]$.
   ب-استنتج حلول المعادلة (E)
3. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n , بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7
4. عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $5^x+5^y\equiv 3[7]$.

التمرين الرابع (08ن)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ كمايلي: $f(x)=-x-1+\ln(\dfrac{x+1}{x})$.

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس. $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أ-أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
   ب-أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. أ-تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-x^2-x-1}{x(x+1)}$.
   ب-أدرس إتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $0<\alpha<0.35$ و $-1.9<\beta<-1.8.$
4. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).
5. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).
6. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).
7. ليكن m وسيطا حقيقيا, ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد واشارة حلول المعادلة :

$$\ln(\frac{x+1}{x})=1+\ln m$$

8. أ- α عدد حقيقي بين أن الدالة : $x\to(x+\alpha)\ln(x+\alpha)-x$ هي دالة أصلية لدالة $x\to\ln(x+\alpha)$ على المجال $]-\alpha;+\infty[$
   ب-عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$. ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=1$, $x=2$, $y=-3$.