الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المسيلة — ثانوية الشهيد حميدي عيسى

المستوى: ثالثة ثانوي — الشعبة: ثالثة تقني رياضي

الإثنين 04 مارس 2024 — المدة: 03 ساعة

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

تجنب الشطب واستعمال المصحح.

☆ التمرين الأول: (04 نقاط)

إختيار متعدد: لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التعليل.

① f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4\ln x}{x}$. القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[1;3]$ هي:

أ) $m=\ln 3$. ب) $m=(\ln 3)^2$. جـ) $m=2\ln 3$.

② إذا كانت الأعداد: $(1-e^{-2})$ ، $(e^{-2}-e^{-4})$ و a بهذا الترتيب تشكل ثلاث حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية فإن:

أ) $a=1-e^{-4}$. ب) $a=e^{-2}-e^{-6}$. جـ) $a=e^{-4}-e^{-6}$.

③ الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية: $y''=\dfrac{1}{x}$ في المجال $]0;+\infty[$ والذي يحقق: $f'(1)=2$ و $f(1)=4$ هو:

أ) $f(x)=x\ln x+2x+2$. ب) $f(x)=x\ln x+3x+1$. جـ) $f(x)=x\ln x+\ x+3$.

④ (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x}(1+\ln x)\,dx$، نضع: $S=u_0+u_1+\cdots+u_{43}$. قيمة S هي:

أ) $S=2024$. ب) $S=1445$. جـ) $S=1962$.

☆ التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما، أساسها q وحدها الأول u_0 حيث: $\begin{cases}\ln(u_2)-\ln(u_4)=4\\ \ln(u_1)+\ln(u_5)=-12\end{cases}$.

① عين الأساس q للمتالية (u_n) وحدها الأول u_0. ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

② احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+eu_1+e^2u_2+\cdots+e^nu_n$.

③ لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\ln(u_n)+\ln(u_{n+1})$.

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية، يطلب تعيين أساسها r وحدها الأول v_0.

ب) اكتب v_n بدلالة n. ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. ماذا تستنتج؟

جـ) احسب بدلالة n المجموع: $T_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2=2^{30}$.

☆ التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) ① ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7.

② عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A على 7 حيث: $A = 2 \times 2024^{6n+2} + 1445^{1330}$. ماذا تستنتج؟

II) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y: $343x - 648y = 76 \cdots (E)$.

① تحقق أن الثنائية $(648n + 4; 343n + 2)$ حل للمعادلة (E).

② ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d؟

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d = 76$.

③ λ عدد طبيعي يكتب على الشكل $\overline{\beta 1 \alpha \beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7، ويكتب على الشكل $\overline{\alpha 1 \alpha \alpha \beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5. أوجد العددين الطبيعيين α و β، ثم اكتب العدد λ في النظام العشري.

☆ التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x + 1 + e^{2x}$.

① احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

② ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

③ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-0.7; -0.6[$. ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - x + (x+1)e^{-2x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ حيث $||\overrightarrow{i}|| = ||\overrightarrow{j}|| = 1cm$.

① أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ يطلب تعيين معادلته.

جـ) ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y = -x + 1$.

② بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in \mathbb{R}$ نجد: $f'(x) = -g(x)e^{-2x}$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

③ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1.2 < x_1 < -1.1$ و $1.1 < x_2 < 1.2$.

④ ارسم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq 2.9$).

⑤ ليكن λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$، نرمز بـ $A(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = -1$ و $x = \lambda$.

* احسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

يقول حكيم: " المتواكل هو الشخص الذي يتغنى بأن الصبر هو مفتاح الفرج، ولا يكلف نفسه عناء البحث عن الباب الذي سيستخدم فيه هذا المفتاح لفتحه "

أستاذ المادة: فراحتية المحفوظ

الإجابة النموذجية لاختبار الفصل الثاني

حل التمرين الأول:

* اختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير:

① لدينا $f(x)=\frac{4\ln x}{x}$. القيمة المتوسطة للدالة f على $[1,3]$ هي:

$$m=\frac{1}{3-1}\int_1^3 f(x)dx=\frac{1}{2}\int_1^3\frac{4}{x}\ln x\,dx=\frac{1}{2}\left[\frac{4}{2}(\ln x)^2\right]_1^3$$

$$=\frac{1}{2}\left(2(\ln 3)^2-2(\ln 1)^2\right)=(\ln 3)^2$$ $\boxed{\text{اجابة (ب)}}$

② الأعداد $(1-e^{-2})$ ، $(e^{-2}-e^{-4})$ و a تشكل ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية فإن $(e^{-2}-e^{-4})^2=a\times(1-e^{-2})$ ومنه

$$a=\frac{(e^{-2}-e^{-4})^2}{(1-e^{-2})}=\frac{e^{-4}(1-e^{-2})^2}{(1-e^{-2})}=e^{-4}(1-e^{-2})=e^{-4}-e^{-6}$$ $\boxed{\text{اجابة (ج)}}$

③ لتكن المعادلة التفاضلية $y''=\frac{1}{x}$ —— (*)

الحل الخاص للمعادلة التفاضلية (*) في $]0;+\infty[$ هي الدالة: $f:x\longrightarrow x\ln x+x+3$

$\boxed{\text{اجابة (ج)}}$

من أجل $x\in]0;+\infty[$ $y''=\frac{1}{x}$ تكافئ $y'=\ln x+c_1$

ولدينا $f'(1)=2$ معناه $2=\ln 1+c_1$ أي $c_1=2$ اذن $y'=\ln x+2$

ومنه $y=x\ln x+x+c_2$ ولدينا $f(1)=4$ أي $4=1\ln 1+1+c_2$

اذن $c_2=3$ ومنه $y=x\ln x+x+3$ أي $f(x)=x\ln x+x+3$

④ - لدينا $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x}(1+\ln x)dx$ نضع $S=U_0+U_1+\dots+U_{43}$

لدينا $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x}(1+\ln x)dx=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x}+\frac{2}{x}\ln x\,dx$

$$=\left[2\ln x+(\ln x)^2\right]_{e^n}^{e^{n+1}}=2(n+1)+(n+1)^2-2n-n^2=2n+3$$

المتتالية (U_n) حسابية أساسها 2 وحدها الأول $U_0=3$ اذن

$$S=U_0+U_1+\dots+U_{43}=\frac{43-0+1}{2}(U_0+U_{43})=\frac{44}{2}(3+89)=22\times 92$$

$$=2024$$ $\boxed{\text{اجابة (أ)}}$

حل التمرين الثاني:

(U_n) متتالية هندسية، $q>0$ وحدها الأول U_0 حيث $\begin{cases}\ln U_2-\ln U_4=4\\ \ln U_1+\ln U_5=-12\end{cases}$

① - تعيين الأساس q والحد الأول U_0:

لدينا $\begin{cases}\ln U_2-\ln U_4=4\\ \ln U_1+\ln U_5=-12\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}\ln\frac{U_2}{U_4}=4\\ \ln(U_1\times U_5)=-12\end{cases}$ أي $\begin{cases}\frac{U_2}{U_4}=e^4\dots ①\\ U_1\times U_5=e^{-12}\dots ②\end{cases}$

من ① نجد $\dfrac{U_0\times q^2}{U_0\times q^4}=e^4$ أي $\dfrac{1}{q^2}=e^4$ أي $q^2=e^{-4}$ أي $q=\sqrt{e^{-4}}=e^{-2}$ أي $\boxed{q=e^{-2}}$

من ② نجد $U_0\times q\times U_0\times q^5=e^{-12}$ أي $U_0^2\times q^6=e^{-12}$ أي $U_0^2=\dfrac{e^{-12}}{(e^{-})^6}$

أي $U_0^2=\dfrac{e^{-12}}{e^{-12}}=1$ أي $\boxed{U_0=1}$

- عبارة الحد العام U_n بدلالة n: $U_n=U_0\times q^n=1(e^{-2})^n=e^{-2n}$

② - حساب S_n

$$S_n=U_0+eU_1+\dots+e^nU_n$$

نضع $t_n=e^nU_n$ أي $t_n=e^n\times e^{-2n}=e^{-n}$ (متتالية هندسية أساسها: $q=e^{-1}$ و $t_0=1$)

اذن $S_n=t_0+t_1+\dots+t_n=t_0\left(\dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)=1\left(\dfrac{(e^{-1})^{n+1}-1}{e^{-1}-1}\right)=\dfrac{e^{-n-1}-1}{e^{-1}-1}$

③ - أ - تبين أن (V_n) متتالية حسابية:

لدينا $V_n=\ln U_n+\ln U_{n+1}$

ومنه $V_{n+1}-V_n=\ln U_{n+1}+\ln U_{n+2}-\ln U_n-\ln U_{n+1}$

$$=\ln U_{n+2}-\ln U_n=\ln\left(\frac{U_{n+2}}{U_n}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{e^{-2(n+2)}}{e^{-2n}}\right)=\ln e^{-2n-4+2n}=\ln e^{-4}=-4$$

ومنه (V_n) متتالية حسابية أساسها $\boxed{r=-4}$

وحدها الاول $V_0=\ln(U_0)+\ln(U_1)=\ln 1-\ln e^{-2}=-2$ أي $\boxed{V_0=-2}$

ب- عبارة الحد العام V_n بدلالة n:

$V_n=V_0+nr=-2-4n$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}V_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-2-4n=-\infty$ ((V_n) متباعدة)

ج) حساب المجموع T_n:

$$T_n=V_0+V_1+\dots+V_n=\left(\frac{n+1}{2}\right)(V_0+V_n)=\frac{n+1}{2}(-2-2-4n)=\frac{n+1}{2}(-4-4n)$$

$$=(n+1)(-2-2n)$$

د) تعيين قيمة n حتى يكون $T_n^2=2^{30}$

لدينا $T_n^2=2^{30}$ يكافئ $((n+1)(-2-2n))^2=2^{30}$ يكافئ $((n+1)(-2)(n+1))^2=2^{30}$

يكافئ $(-2(n+1)^2)^2=2^{30}$ يكافئ $2^2(n+1)^4=2^{30}$ يكافئ $(n+1)^4=2^{28}$

$(n+1)^4=(2^7)^4$ أي $n+1=2^7$ أي $n=2^7-1$ اذن $\boxed{n=127}$

حل التمرين الثالث :

I) ① - دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 7 :

$3^0=1\equiv1[7]$ | $3^3=27\equiv6[7]$

$3^1=3\equiv3[7]$ | $3^4=81\equiv4[7]$

$3^2=9\equiv2[7]$ | $3^5=243\equiv5[7]$

$3^6=729\equiv1[7]$

ومنه بواقي قسمة 3^n على 7 دورية ودورها 6

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	$k\in IN$
$3^n\equiv$	1	3	2	6	4	5	$[7]$

② - باقي قسمة الإقليدية للعدد A على 7 :

لدينا : $A=2\times2024^{6n+2}+1445^{1330}$

ولدينا $2024=289\times7+1$ أي $2024\equiv1[7]$ أي $2024^{6n+2}\equiv1[7]$

ولدينا $1445=206\times7+3$ أي $1445\equiv3[7]$ أي $1445^{1330}\equiv3^{1330}[7]$

و $1330=221\times6+$ إذن $1445^{1330}\equiv3^{6k+4}[7]$ أي $1445^{1330}\equiv4[7]$

إذن $2\times2024^{6n+2}+1445^{1330}\equiv2+4[7]$ أي $A\equiv6[7]$

إذن باقي قسمة A على 7 هو 6 ؛ الإستنتاج : العدد A لا يقبل القسمة على 7.

II) - $343x-648y=76 \ldots (E)$

① - التحقق أن الثنائية $(648n+4\,;343n+2)$ حل للمعادلة (E)

بالتعويض نجد $343(648n+4)-648(343n+2)=1372-1296=76$

② - لتكن : $PGCD(x,y)=d$

أ. القيم الممكنة لـ d :

لدينا d/x و d/y ومنه $d/343x-648y$ إذن $d/72$

ومنه $d\in D_{72}$ أي $d\in\{1;2;4;19;38,76\}$

ب. تعيين الثنائيات (x,y) بحيث $d=76$:

لدينا d/x أي $76/x$ إذن $x\equiv0[76]$

و d/y أي $76/y$ إذن $y\equiv0[76]$

أي $\begin{cases}648n+4\equiv0[76]\\343n+2\equiv0[76]\end{cases}$

أي $\begin{cases}648n\equiv-4[76]\\343n\equiv-2[76]\end{cases}$ أي $\begin{cases}40n\equiv-4[76]\\39n\equiv-2[76]\end{cases}$ إذن $n\equiv-2[76]$ أي $n\equiv74[76]$

إذن $n=76k+74$ ومنه $(x;y)=\{(49248k+47956;26068k+25384)/k\in IN\}$

③ - لدينا $\lambda=\overline{B1\alpha B}^{7}$ و $\lambda=\overline{\alpha 1\alpha\alpha B}^{5}$. ايجاد العددين α و B :

$\lambda=\overline{B1\alpha B}^{7} \Rightarrow \lambda=B\times 7^3+1\times 7^2+\alpha\times 7^1+B\times 7^0=344B+7\alpha+49$

$\lambda=\overline{\alpha 1\alpha\alpha B}^{5} \Rightarrow \lambda=\alpha\times 5^4+1\times 5^3+\alpha\times 5^2+\alpha\times 5+B\times 5^0=655\alpha+B+125$

مع $0<\alpha<5$ و $0<B<5$

اي $343B-648\alpha=76$ مع $0<\alpha<5$ و $0<B<5$

ومنه $\alpha=343n+2$ و $B=648n+4$. نضع $n=0$ نجد $(\alpha;B)=(2;4)$

- كتابة λ في النظام العشري:

$\lambda=344(4)+7(2)+49=1439$

- حل التمرين الرابع

I) . $g(x)=2x+1+e^{2x}$. $D_g=\mathbb{R}$

① - حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 2x+1+e^{2x}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x+1+e^{2x}=+\infty$

② - دراسة اتجاه تغير الدالة g:

- حساب $g'(x)$:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $g'(x)=2+2e^{2x}=2(1+e^{2x})>0$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$ $\quad\quad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

- جدول تغيرات الدالة g ←

③ - تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha\in]-0{,}7;-0{,}6[$:

لدينا الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ولدينا $g(-0{,}7)\simeq-0{,}15$ و $g(-0{,}6)\simeq 0{,}1$

اذن $g(-0{,}7)\times g(-0{,}6)<0$ ، اذن حسب مبرهنة قيم المتوسطة المعادلة

$g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha\in]-0{,}7;-0{,}6[$

- استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

$D_f=\mathbb{R}$; $f(x)=1-x+(x+1)e^{-2x}$ (II

① أ- حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} 1-x+(x+1)e^{-2x}=\lim_{x\to-\infty} e^{-2x}\left(e^{2x}-\frac{2x}{2}e^{2x}+x+1\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 1-x+(x+1)e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1-x-\frac{1}{2}(-2xe^{-2x}+e^{-2x})\right)=-\infty$$

ب- تبيين أن (C_f) تقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$.

لدينا $\lim_{x\to+\infty}(x+1)e^{-2x}=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{2}(-2xe^{-2x})+e^{-2x}=0$

ومنه (C_f) تقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=-x+1$ بجوار $+\infty$.

جـ- دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ):

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-y_{(\Delta)}$.

لدينا $f(x)-y_{(\Delta)}=1-x+(x+1)e^{-2x}-(-x+1)=(x+1)e^{-2x}$

ولدينا $e^{-2x}>0$ و $x+1=0$ معناه o

x	$-\infty$ -1 $+\infty$
$f(x)-y$	$-$ 0 $+$
الوضع النسبي	(C_f) يقع تحت (Δ) (C_f) يقطع (Δ) (C_f) يقع فوق (Δ)

② تبين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=-g(x)e^{-2x}$

- لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$$f'(x)=-1+e^{-2x}-2e^{-2x}(x+1)=-1+e^{-2x}-2xe^{-2x}-2e^{-2x}$$
$$=-1-e^{-2x}-2xe^{-2x}=-(1+e^{-2x}+2xe^{-2x})$$
$$=-(e^{2x}+1+2x)e^{-2x}=-g(x)e^{-2x}$$

- جدول تغيرات الدالة f:

لدينا $e^{-2x}>0$، ومنه اشارة $f'(x)$ من اشارة $-g(x)$.

x	$-\infty$ α $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $f(\alpha)$ ↘ $-\infty$

③ تبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2.

- لدينا الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على مجال $]-1,2;-1,1[$.

ولدينا $f(-1,2)=-0,8$ و $f(-1,1)\simeq0,05$ ومنه $f(-1,2)\times f(-1,1)<0$

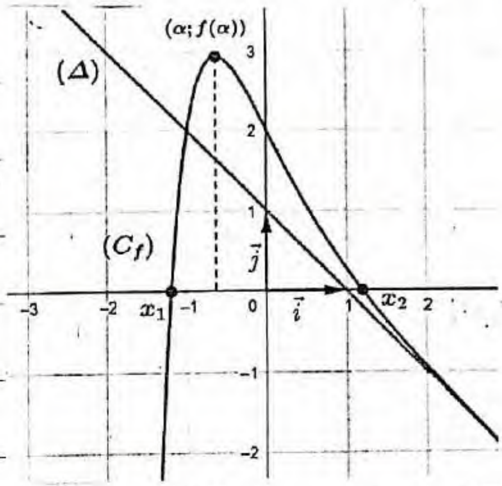
وحسب مبرهنة قيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد x_1 حيث $x_1\in]-1,2;-1,1[$

ولدينا الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على مجال $]1,1;1,2[$ ولدينا

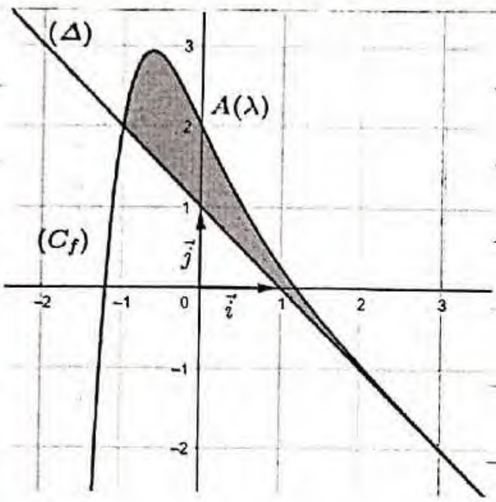
$f(1,1) \simeq 0,13$ و $f(1,2) \simeq -0,02$ أي $f(1,1) \times f(1,2) < 0$

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد x_2 حيث $x_2 \in]1,1;1,2[$

④- رسم (C_f) و (Δ).



تمثيل المساحة $A(\lambda)$



⑤- حساب $A(\lambda)$:

$$A(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} (f(x) - y_{(\Delta)})\,dx = \int_{-1}^{\lambda} (x+1)e^{-2x}\,dx$$

- نضع $u(x) = x+1$ و $v'(x) = e^{-2x}$

نجد $u'(x) = 1$ و $v(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$ ،

ومنه حسب المكاملة بالتجزئة نجد

$$A(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} (x+1)e^{-2x}\,dx = \left[-\frac{(x+1)}{2}e^{-2x}\right]_{-1}^{\lambda} - \int_{-1}^{\lambda}\left(-\frac{1}{2}e^{-2x}\right)dx$$

$$= \left[-\frac{(x+1)}{2}e^{-2x}\right]_{-1}^{\lambda} - \left[\frac{1}{4}e^{-2x}\right]_{-1}^{\lambda}$$

$$= \left[\frac{-2(x+1)e^{-2x} - e^{-2x}}{4}\right]_{-1}^{\lambda} = \left[\frac{-(2x+3)e^{-2x}}{4}\right]_{-1}^{\lambda}$$

$$A(\lambda) = \frac{-(2\lambda+3)e^{-2\lambda}}{4} + \frac{e^4}{4}\ cm^2$$

حساب $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$

$$\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) = \lim_{\lambda \to +\infty} \frac{-(2\lambda+3)e^{-2\lambda}}{4} + \frac{e^4}{4}$$

$$= \lim_{\lambda \to +\infty} \frac{-2\lambda e^{-2\lambda}}{4} + \frac{3e^{-2\lambda}}{4} + \frac{e^4}{4} = \frac{e^4}{4}.$$

انتهى التصحيح: الأستاذ فراحتية المحفوظ: