

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04,5 نقاط)

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة كما يلي :  $u_0 = 0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n < 4$

ب) ادرس اتجاه تغير  $(u_n)$ ، ثم استنتج أنها متقاربة .

ت) عين نهاية المتتالية  $(u_n)$

2. المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_{n+1} - u_n = e^{v_n}$

أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

3. أ) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = 4 - \frac{1}{4^{n-1}}$

ب) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموعين  $S_n$  و  $S'_n$  حيث :  $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + e^{v_2} + \dots + e^{v_n}$

$$S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات سوداء مرقمة بـ  $(-1, 1, 0, 0, 0)$  و أربع كريات بيضاء مرقمة بـ  $(-1, 1, 1, 1)$  و ثلاث

كريات حمراء مرقمة بـ  $(-1, 1, 0)$  كل الكريات متماثلة لا نميز بينها باللمس

نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث الآتية

A "سحب ثلاث كريات من نفس اللون"

B "سحب ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم"

C "سحب ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى"

2) بين أن  $P(A \cap C) = \frac{1}{55}$  ثم استنتج  $P(A \cup C)$

3) علما أن الكريات المسحوبة مختلفة الأرقام مثنى مثنى ما احتمال أن تكون من نفس اللون .

4) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بجداء الأرقام المسجلة على الكريات الثلاث المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X

ت) احسب امله الرياضي  $E(X)$

ث) احسب  $P(X^2 = 1)$

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عين الإجابة الصحيحة مع التعليل :

1.  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتين المعرفتين على  $\mathbb{N}$  بـ  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = u_n - 5$  و  $v_n = 2^n$  :  
 أ)  $(v_n)$  متتالية حسابية ، ب)  $(v_n)$  متتالية هندسية ، ج)  $(v_n)$  متتالية لا هندسية و لا حسابية  
 2. نسحب عشوائيا ثلاث كريات بالتتابع دون ارجاع من كيس به سبع كريات حمراء و ثلاث كريات بيضاء و كرة سوداء  
 • احتمال سحب كرتين حمراوتين على الأكثر هو

أ)  $\frac{91}{165}$  ، ب)  $\frac{7}{55}$  ، ج)  $\frac{26}{33}$

3. القيمة المتوسطة لدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = (2x + 1)\ln x$  على المجال  $[e; e^2]$  هي :

أ)  $m = \frac{e^4 - e^2}{2(e^2 - e)}$  ، ب)  $m = \frac{2e^3 + e}{2(e^2 - e)}$  ، ج)  $m = \frac{3e^3 + e}{2(e - 1)}$

4. حلول المعادلة التفاضلية  $x^2 y' = 2x^2 e^{2x} + 1$  على المجال  $]0; +\infty[$  هي :

أ)  $f(x) = e^{2x} + \frac{1}{x} + c$  ، ب)  $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \ln x + c$  ، ج)  $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x} + c$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر  $g$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x - e + e \ln x$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,54 < \alpha < 1,55$
3. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$ .

II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \left(\frac{x - e}{x}\right) \ln x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 1cm$  و  $\|\vec{j}\| = 2cm$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ، ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .
2. أ . أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  .  
 ب . استنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3.  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto \ln x$  في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق .  
 أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$  ، فسر النتيجة هندسيا .  
 ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمنحنى  $(\Gamma)$
4. عين نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل ثم استنتج إشارة  $f(x)$  على  $]0; +\infty[$ .
5. أرسم  $(\Gamma)$  و  $(C_f)$  ناخذ  $f(\alpha) \approx -0,3$

III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $h(x) = x \ln x - \frac{e}{2}(\ln x)^2 - x$

1. بين أن الدالة  $h$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$
2. أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و محور الفواصل و المستقيمين  $x = 1$  و  $x = e$