



التمرين الأول

(04 نقاط) :

لكل سؤال توجد إجابة واحدة عيّنها مع التبرير :

1. a عدد حقيقي . الأعداد : a ، $a + 3$ ، $a + 9$ بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل :

$$a = -1 \text{ [ج]}$$

$$a = 5 \text{ [ب]}$$

$$a = 3 \text{ [أ]}$$

$$a = 2 \text{ [د]}$$

2. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n المجموع : $S = e^{\ln 5} + e^{2\ln 5} + e^{3\ln 5} + \dots + e^{n\ln 5}$ فهو يساوي :

$$S = \frac{1}{4}(1 - 5^{n+1}) \text{ [ج]}$$

$$S = -\frac{5}{4}(1 - 5^n) \text{ [ب]}$$

$$S = 5^{n+1} - 1 \text{ [أ]}$$

$$S = \frac{5}{4}(5^{n+1} - 1) \text{ [د]}$$

3. العدد $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$ بعد تبسيطه هو :

$$A = -1 \text{ [ج]}$$

$$A = 1 \text{ [ب]}$$

$$A = 0 \text{ [أ]}$$

$$A = e \text{ [د]}$$

4. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية العددية (v_n) المعرفة بحددها العام : $v_n = \ln(n + 2) - \ln(n + 1)$.من أجل كل عدد طبيعي n ، المجموع $S_{2020} = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2020}$ يساوي :

$$1 - \ln 2022 \text{ [ج]}$$

$$\ln\left(\frac{2022}{2021}\right) \text{ [ب]}$$

$$-\ln 2022 \text{ [أ]}$$

$$\ln 2022 \text{ [د]}$$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = e - 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = (1 + U_n)e^{-1} - 1$.1. أحسب الحدود : U_1 ، U_2 و U_3 .2. أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + U_n > 0$.3. بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة . برّر أنّ المتتالية (U_n) متقاربة ثمّ أحسب نهايتها.4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 2(1 + U_n)$.أ . بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول .ب . أكتب V_n و U_n بدلالة n .ج . أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \ln(V_0) + \ln(V_1) + \ln(V_2) + \dots + \ln(V_n)$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي صندوق على أربعة كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، -1 و أربع كرات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، -1 و أربع كرات خضراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، -1 ، -1

كل الكرات متجانسة و لا نميّز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد و نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على الألوان الثلاثة " ، B : " الحصول على نفس الرقم "

1. ما هو عدد الإمكانيات ؟

2. أ . أحسب كلا من $P(A)$ ، $P(B)$ ثم بيّن أنّ $P(A \cap B) = \frac{3}{110}$.

ب . هل الحدثان A و B مستقلان ؟ برّر إجابتك .

ج . استنتج $P_A(B)$ و $P_B(A)$.

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق .

عرف قانون الإحتمال للمتغير X ثمّ أحسب أمله الرياضيائي $E(X)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\frac{3}{2}; +\infty[$ بـ : $f(x) = x^2 - 3x + \frac{5}{2} \ln(2x + 3)$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} f(x)$ ثمّ فسّر هندسيا النتيجة الثانية .

2. أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\frac{3}{2}; +\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$.

5. أحسب $f(0)$ و $f(3)$ ثمّ أرسم (T) و (C_f) .

6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x + 3 = e^{\frac{2}{5}(-x^2 + 3x + m)}$.

7. أ . تحقق أنّ الدالة $\frac{1}{2}[(2x + 3) \ln(2x + 3) - 2x]$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(2x + 3)$.

ب . أحسب مساحة حيز المستوي بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = -1$ و $x = 1$.

8. لتكن g دالة معرفة على المجال $]-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3|x| + \frac{5}{2} \ln(3 - 2|x|)$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ . أدرس شفعية الدالة g .

ب . إشرح كيفية رسم (C_g) اعتمادا على منحنى الدالة f ، ثمّ أرسمه بلون مغاير في نفس المعلم السابق.