

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 pts)

1. نعتبر المعادلة: (1) $21x - 17y = 8 \dots\dots$ حيث x و y عددين طبيعيين.

(1) أ. عيّن الثنائية $(x_0; y_0)$ حلا خاصا للمعادلة (1).

ب. حل في مجموعة الأعداد الطبيعية للمعادلة (1).

(2) أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13.

ب. بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(\alpha; \beta)$ حلا للمعادلة (1) فإن: $3^{34\beta+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0 [13]$

II. t ، a و b أعداد طبيعية حيث: $1 < t \leq a \leq b$.

❖ عيّن الأعداد t ، a و b علما أنه في النظام ذي الأساس t يكون: $a + b = 46$ و $a \cdot b = 545$.

التمرين الثاني: (08 pts)

(1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N}^* بـ: $u_n = \frac{e}{n(n+1)}$

أ. أحسب u_1 و u_2

ب. ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم تحقق من ذلك حسابيا.

(2) أ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن: $u_n = \frac{e}{n} - \frac{e}{n+1}$.

ب. عيّن عبارة S_n بدلالة n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

ج. أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(3) نضع من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ومن أجل كل عدد طبيعي $n > 1$: $v_n = \int_1^n \frac{e}{x(x+1)} dx$

أ. بيّن أنه من أجل كل $n > 1$: $v_n = e \ln \left(\frac{2n}{n+1} \right)$

ب. أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (05 pts)

f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (-x + 4)e^{-x+1} + \frac{1 + 2 \ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . كما هو موضح في الشكل المقابل.

وحدة الطول هي: (1cm)

1. باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أن: $\int_1^3 (-x + 4)e^{-x+1} dx = 2$

2. أحسب A مساحة الجزء الملون في الشكل.

