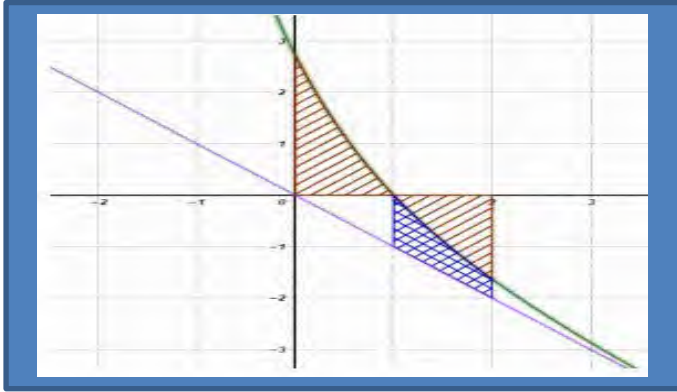


اختر أحد الموضوعين وأجب عنه

الموضوع الأول (20 نقطة)

التمرين الأول: (06 ن)

لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x + e^{-x+1}$  نسمي  $(S_1)$  مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x=0$  و  $x=2$  ونسمي  $(S_2)$  مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم ذو المعادلة  $y = -x$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x=1$  و  $x=2$



أجب بصح أو خطأ مع التبرير:

$$S_1 = \int_0^2 f(x) dx \text{ (u.a)} \quad .1$$

$$S_2 = \int_0^2 -e^{-x+1} dx \quad .2$$

$$.3 \text{ من اجل كل عدد حقيقي } \alpha \text{ نضع: } I(\alpha) = \int_1^\alpha f(x) dx \text{ ومنه: } I(\alpha) = -\frac{\alpha^2}{2} - e^{-\alpha+1} + e$$

$$.4 \quad S_1 = \left(e - 1 + \frac{1}{e}\right)(u.a) \quad \text{و} \quad S_2 = \left(1 - \frac{1}{e}\right)(u.a)$$

التمرين الثاني: (06 ن)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = e$  و  $u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}$

.1 عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حيث:  $u_n = a + \frac{b}{u_n + e}$

.2 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1 < u_n \leq e$

.3 أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$  واستنتج انها متقاربة.

.4 نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1}\right)^{n+1}$

أ- أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  
ب- هل  $(v_n)$  متقاربة؟ علل.

ج- بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$.5 \text{ أحسب بدلالة } n \text{ المجموع: } s_n = \frac{1}{u_{1441} + 1} + \frac{1}{u_{1442} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{2020} + 1}$$

(I) الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة على المجال  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $h(x) = x^2 - \ln x^2$   
أدرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ، استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :  $h(x) > 0$  .

(II) الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{2} \left( -\frac{\ln(x^2)}{x} - x - \frac{2}{x} \right)$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

(1 أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  ثم فسّر النتيجة بيانياً.

(2 أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم:  $2x^2 f'(x) = -h(x)$   
(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -\frac{1}{2}x$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  .

(د) أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$  .

(3 أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  و  $-x \in \mathbb{R}^*$  و  $f(x) + f(-x) = 0$  . ماذا تستنتج؟ فسّر النتيجة بيانياً.

(ب) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]0.3; 0.4[$  .

\*\* استنتج أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً آخر  $\beta$  يطلب تعيين حصر له.

(4 أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين  $(T_1)$  و  $(T_2)$  يوازيان المستقيم  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلتيهما.  
(ب) أنشئ  $(\Delta)$  ،  $(T_1)$  ،  $(T_2)$  و  $(C_f)$  .

(ج) ناقش بيانياً وحسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $f(x) = -\frac{1}{2}x + m$  ..  $(E)$

(5) لتكن  $k$  دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ:  $k(x) = \frac{1}{2} \left( -\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} - (x+1) - \frac{2}{x+1} \right) + 2$  ،  $(C_k)$  تمثيلها البياني

\*\* بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول المنحنى  $(C_f)$  إلى المنحنى  $(C_k)$  (الإشياء غير مطلوب)

(6 أ) بين أن الدالة  $F$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $F(x) = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}[\ln(x^2)]^2 - 2\ln|x| \right)$  هي دالة أصلية لـ  $f$  على  $\mathbb{R}^*$

(ب) أوجد الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تنعدم من أجل  $x = 1$  .

(ج)  $\lambda$  عدد حقيقي حيث:  $\lambda > 1$  . أحسب التكامل التالي:  $A(\lambda) = -\int_1^\lambda f(x) dx$  وفسّر النتيجة هندسياً.

\*\* أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\lambda)$  .

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. إذا كان من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(2-x) = -2 - f(x)$  حيث  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  فإن المنحنى  $(C_f)$  يقبل:

المستقيم ذي المعادلة $y=-1$ كمحور تناظر	النقطة $\Omega(-1; 1)$ كمركز تناظر	النقطة $\Omega(1; -1)$ كمركز تناظر
---	------------------------------------	------------------------------------

2. إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  فإن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-2x+1)$  هي :

أ- $-\infty$	ب- $-2$	ج- $2$
--------------	---------	--------

3. إذا كان  $f$  حلا للمعادلة التفاضلية  $3y' - 2y + 6 = 0$  حيث  $f(0) = 4$  فإن :

أ- $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$	ب- $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$	ج- $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$
-----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

4. النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$  تساوي .....

أ- $0$	ب- $1$	ج- $+\infty$
--------	--------	--------------

5. لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

أ- $f(-x) = 1 - \frac{4}{1+e^x}$	ب- $f(-x) = \frac{4}{1+e^x} - 1$	ج- $f(-x) = 1 + \frac{4e^{-x}}{1+e^{-x}}$
----------------------------------	----------------------------------	---

6. لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{e^{2x} - e^x + 1}{e^x - 1}$  الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تحقق  $F(\ln 2) = 2$  هي :

أ- $F(x) = e^x - \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$	ب- $F(x) = e^x + \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$	ج- $F(x) = e^x - \ln\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right) + \ln 2$
---	---	---

التمرين الثاني (06ن):

$f$  دالة معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x+1}$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (الشكل

موضح في الوثيقة المرفقة) وليكن  $(\Delta)$  المستقيم الذي معادلته  $y = x$

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$

1. أ- باستعمال المنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta)$  مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$

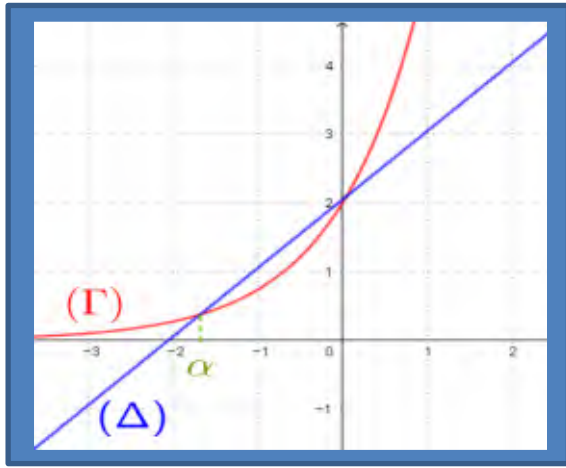
ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها .

2. برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 \leq u_n \leq 3$

3. بين ان  $(u_n)$  متزايدة . ماذا تستنتج ؟

4. أ- بين انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $3 - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3 - u_n)$

ب- استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $3 - u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$



(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   
 (Gamma) التمثيل البياني للدالة:  $x \rightarrow 2e^x$ ، (Delta) المستقيم ذو المعادلة  $y = x + 2$ .  
 $\alpha$  و 0 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Gamma) و (Delta) حيث  $-1.6 < \alpha < -1.5$

1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Gamma) بالنسبة لـ (Delta) على  $\mathbb{R}$ .

2) الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  و المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$g(x) = -2e^x + x + 2$$

\* حدد إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

II) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2(e^x - 3) + (x + 3)e^{-x+1}$ ، تمثيلها البياني.

1) أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$

ج) عين دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

د) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة:  $y = 2(e^x - 3)$  هو مستقيم مقارب لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ب) أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ (D)

ب) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ج) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلها  $\beta$  حيث:  $-2.4 < \beta < -2.3$

3) أنشئ كل من (D)،  $(C_f)$ . نأخذ  $f(-3) \approx -22.31$ ،  $f(\alpha) \approx 4.15$

4) أ) أوجد العددين الحقيقيين  $a$ ؛  $b$  حتى تكون الدالة  $x \rightarrow (ax + b)e^{-x+1}$  دالة أصلية للدالة  $x \rightarrow (x + 3)e^{-x+1}$  على  $\mathbb{R}$

ب) أحسب  $I_n$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتيهما:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$$

حيث  $x = n$ ؛  $x = 1$  عدد طبيعي  $(n > 1)$ ، ثم أحسب  $I_n$

مع تمنيات أستاذة المادة مباركي . ف لكم بالتوفيق

انتهى الموضوع الثاني

