ثانوية الكفيف احمد مفتاح — مارس 2022

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — المستوى : 3 تقني رياضي

المدة: 2 ســــــاعة

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+1+\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $(\|\vec{i}\|=2cm, \|\vec{j}\|=1\,cm)$

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-[2(x\sqrt{x}-1)+\ln x]$

1) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في الحالتين $0<x<1$ و $x>1$.

2) احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$, 0 ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f) .

3) احسب $f'(x)$ واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g

4) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

5) أرسم (C_f) والمستقيمين المقاربين

II) 1. باستعمال تكامل التجزئة ، عين دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

1) احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها :

$y=-x+1$, $x=1$, $x=\alpha$

بحيث $0<\alpha<1$

2) احسب نهاية $S(\alpha)$ لما يؤول α إلى الصفر ، أعط تفسيرا بيانيا لهذه النهاية

III) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0\in[1;2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=\frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}+1$

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;2]$ لدينا : $0\le\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\le1$

2) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n\in[1;2]$

3) بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=f(u_n)+u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4) برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها

5) احسب بدقة قيمة l .

اقلب الورقة

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على N بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

- ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$:

1- بيّن أنّ v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2- أكتب v_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

3- نعتبر المجموعين S_n و S_n' حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S_n' = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج S_n' بدلالة n.

- نعرف المتتالية w_n بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

بيّن أنّ w_n متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

أحسب بدلالة n المجموع: $S_n'' = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ ؛ إستنتج النهاية $\lim_{n \to +\infty} S_n''$.

بالتوفيق