



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

(1) أ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 3}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n > -1$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  واستنتج أنها متقاربة.

(3)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

أ بين أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها  $\frac{1}{2}$  يطلب تعيين حدها الأول.

ب عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ج أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = \frac{u_0}{u_0 + 1} + \frac{u_1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{u_n}{u_n + 1}$

أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء  $U$  على كرتين بيضاوين وثلاث كريات سوداء ويحتوي وعاء  $V$  على كرتين بيضاوين وكرتين سوداوين (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي مرة واحدة نردا غير مزيف أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 فإذا ظهر على الوجه العلوي للنرد رقم أصغر أو يساوي 2 نسحب كرية واحدة من الوعاء  $U$  وإذا ظهر على الوجه العلوي للنرد رقم آخر (أكبر تماما من 2) نسحب كرية واحدة من الوعاء  $V$

نعتبر الأحداث التالية:  $U$ : "سحب كرية من الوعاء  $U$ " ،  $V$ : "سحب كرية من الوعاء  $V$ "  
 $B$ : "سحب كرية بيضاء" ،  $N$ : "سحب كرية سوداء"

(1) بين أن  $p(U) = \frac{1}{3}$  ثم استنتج  $p(V)$

(2) شكل شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

(3) بين أن احتمال سحب كرية سوداء يساوي  $\frac{8}{15}$

(4) إذا سحبنا كرية سوداء، ما احتمال أن تكون من الوعاء  $U$ ؟

التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $(z-i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

نعتبر النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  من المستوي لواحقتها  $z_A = \sqrt{3} + i$ ،  $z_B = \sqrt{3} - i$  و  $z_C = i$  على الترتيب.

أ أكتب العدد المركب  $\frac{z_A}{z_B}$  على الشكل الأسّي.

ب عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون العدد المركب  $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$  تخيليا صرفا.

(3) أ عين العبارة المركبة للتشابه  $S$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  إلى  $C$  محددًا نسبته وزاويته.

ب استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(4) عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق:  $|z - z_A|^2 + |z - z_B|^2 = 5$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (2x+1)e^x + 1$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x + 2 + (2x-1)e^x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل عند  $-\infty$  مستقيما مقاربا مائلا  $(D)$  معادلته  $y = x + 2$

ب أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$

(3) أ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x)$

ب استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-0,86 < \alpha < -0,85$

5) أ بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي المستقيم  $(D)$  في نقطة وحيدة فاصلتها  $-\frac{1}{2}$

ب اكتب معادلة  $(T)$

6) أنشئ  $(D)$ ،  $(T)$  و  $(C_f)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $(2x-1)e^x - m + 2 = 0$

انتهى الموضوع الأول

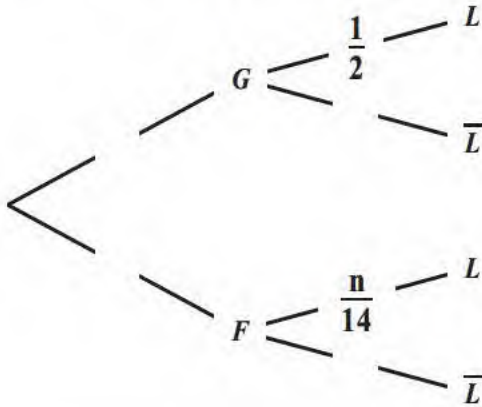
## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

يتكون قسم ثانوية من 26 ولد و 14 بنت. من بين كل تلاميذ هذا القسم 13 ولد و  $n$  بنت مسجلون في نادي تعلم اللغات.

نختار عشوائيا تلميذا من القسم ونعتبر الأحداث التالية:

$G$ : "التلميذ المختار ولد" ،  $F$ : "التلميذ المختار بنت" ،  $L$ : "التلميذ المختار مسجل في نادي تعلم اللغات"



(1) أحسب  $p(G)$  و  $p(F)$

(2) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

(3) بين أن  $p(L) = \frac{13+n}{40}$

(4) التلميذ المختار مسجل في نادي تعلم اللغات. ما احتمال أن

يكون ولدا؟

(5) جد قيمة العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون الحدثان  $L$  و  $G$  مستقلين.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left( \frac{x+2}{x} \right)$  تساوي:

(أ) 0 (ب) 2 (ج)  $+\infty$

(2) إذا كانت الدالة  $x \mapsto x(\alpha \ln x + \beta)$  دالة أصلية للدالة  $x \mapsto -\ln x$  على المجال  $]0; +\infty[$  فإن:

(أ)  $\alpha = -1$  و  $\beta = 0$  (ب)  $\alpha = -1$  و  $\beta = 1$  (ج)  $\alpha = -1$  و  $\beta = -1$

(3) العدد الحقيقي  $I$  حيث  $I = \int_{-2}^4 \frac{2x}{x^2+1} dx$  يساوي:

(أ)  $\ln \frac{17}{5}$  (ب)  $-\ln 17 + \ln 5$  (ج)  $\ln 17 + \ln 5$

(4)  $n$  عدد طبيعي غير معدوم. العدد المركب  $(1+i)^n$  تخيلي صرف إذا فقط إذا كان:

(أ)  $n = 2 + 8k$  (ب)  $n = 4k$  (ج)  $n = 2 + 4k$

التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

(1)  $(u_n)$  متتالية حسابية متناقصة معرفة بحددها الأول  $u_0$  وأساسها  $r$

أ عين  $u_2$  ثم  $r$  علما أن: 
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

ب أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = e^{14-3n}$  حيث  $e$  هو أساس اللوغاريتم النيبيري  
أ بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$   
ب أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ . ماذا تستنتج؟

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  و  $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$   
أ. أحسب المجموع  $T_n$  بدلالة  $n$  والجاء  $P_n$  بدلالة  $n$   
ب أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$f$  و  $g$  الدالتان العدديتان المعرفتان على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \ln x - \frac{x-1}{x}$  و  $g(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$   
 $(C_f)$  و  $(C_g)$  تمثيلهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$   
(1) أ بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  وفسر النتيجة بيانياً.

ب أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ أحسب  $f'(x)$  الدالة المشتقة للدالة  $f$

ب استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة  $f - g$

على المجال  $]0; +\infty[$

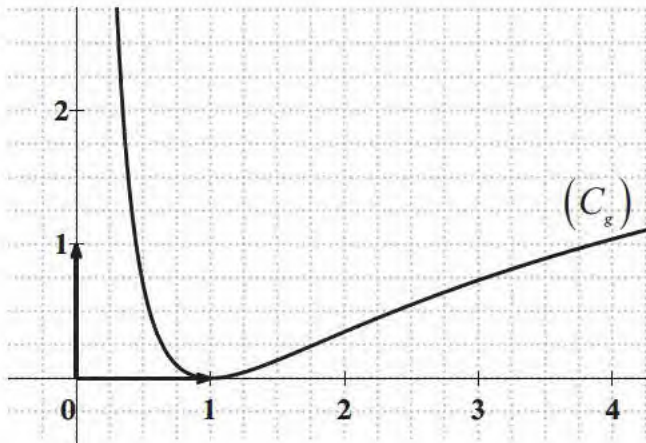
أ حدد إشارة  $f(x) - g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

ب استنتج الوضعية النسبية للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$

$x$	0	1	$+\infty$
$g' - f'$		0	+
$g - f$	$+\infty$	0	1

(4)  $a$  عدد حقيقي أكبر تماماً من 1.  $M$  نقطة من  $(C_f)$  فاصلتها  $a$  و  $N$  نقطة من  $(C_g)$  فاصلتها  $a$

برر أن  $MN < 1$



(5) الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة  $g$

على المجال  $]0; +\infty[$

أ أنقل  $(C_g)$  ثم أنشئ  $(C_f)$  في نفس المعلم.

ب بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من

المجال  $]0; +\infty[$ ،  $g(x) - f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$

(6) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  والمستقيمين  $x=1$  و  $x=e$

انتهى الموضوع الثاني